基于行波的高压输电线路故障定位方法

李成信',刘国威',玉 聪',王 琛',陈芳百',万山明2

(1.广西电网有限责任公司河池供电局,广西河池 547000;2.华中科技大学强电磁工程与新技术国家重点实验室,湖北 武汉 430074)

摘 要:针对行波故障定位方法中波速不确定性带来测距误差问题,提出一种新的避开波速和输电线路弧度的故障测距方法。首先,阐述利用多尺度小波变换对故障信号进行去噪的方法;然后,测量初始行波到达不同母线时的时间参数,进一步利用时间参数从故障距离表达式中消除输电线路波速和弧度的影响;最后,对比有/无变压器的故障定位结果。仿真结果表明,虽然有变压器时误差会偏大,但整体分析,该方法具有较高的精度和可靠性。
 关 键 词:行波;输电线路;故障定位;波速

DOI:10.19781/j.issn.1673-9140.2023.02.020 中图分类号:TM863 文章编号:1673-9140(2023)02-0179-07

A fault location method for high-voltage transmission lines based on traveling wave

LI Chengxin¹, LIU Guowei¹, YU Cong¹, WANG Chen¹, CHEN Fangbai¹, WAN Shanming²

(1.Hechi Power Supply Bureau, Guangxi Power Grid Co., Ltd., Hechi 547000, China;2.State Key Laboratory of Advanced Electromagnetic Engineering and Technology, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China)

Abstract: Aiming at the problem of fault location errors caused by the uncertainty of travelling wave velocity, this paper proposes a new fault location method that requires no wave velocity and transmission line radian information. Firstly, a denoise method through multi-scale wavelet transform for the fault signal is described. Secondly, the arrival time parameters of initial traveling wave at different buses are measured. Furthermore, the influences of wave speed and radian of transmission line are eliminated by those time parameters in fault distance expressions. In addition, this paper compares the different fault location results with and without transformers. The simulation results show that although the error will be larger when considering a transformer, this method has higher accuracy and reliability in most cases.

Key words: traveling wave; transmission line; fault location; wave speed

随着经济的发展用电量相应增加,由于高压输 电技术能够有效降低损耗,近年来在国内得到迅速 发展^[1-3],但同时也给输电维护与故障定位带来了难 度,因此,寻找一种快速有效的定位方法迫在 眉睫^[4-5]。

故障分析法、阻抗法、行波法和智能定位法是 输电线路故障定位的主要算法^[67]。但故障分析法 受接地电阻的影响,导致定位精度不高。单端阻抗 法在故障点过渡电阻、负荷电流干扰下测距误差偏 大;双端阻抗法若采用同步采样则投资将会加大, 若不同步采样则又面临复杂的计算过程^[8]。总之, 阻抗法已不能满足故障测距的精度要求。行波故 障定位方法响应速度快,但可靠性与精度都有待提 高,尤其在复杂环境下,会进一步降低行波定位方

收稿日期:2020-12-22;修回日期:2021-01-06

基金项目:中国南方电网有限责任公司重点科技项目(K-SZ2013-906)

通信作者:李成信(1984—),男,工程师,主要从事电力系统自动化、输电线路运维检修以及输电线路在线监测方面的研究;E-mail:tyjhbyc@126.com

法的精度^[9]。因此有必要寻找新的方法。

在基于行波的故障定位方法中,波速对故障定 位的精度有着重要的影响^[10-11]。实际波速受输电线 路参数、位置以及气候等因素的影响,在不同的环 境下具有不确定性,从而导致故障定位的误差。文 献[12-15]基于单端或双端提供了不受波速影响的 行波故障定位方法,使用了故障点初始波的到达时 间参数、故障点的反射波和对端母线的反射波,该 方法在理论上具有优越性。然而,当衰减后的波经 折射或反射后无法测量时,就会发生失效或产生较 大的误差。在电力系统中,给定的传输线长度是指 不考虑传输线弧度的塔间距离之和,也会产生 误差。

基于此,本文提出一种新的避开波速和输电线 路弧度的故障测距方法。该方法通过测量初始行 波到达参考母线、故障线的相对母线和相邻的相对 母线时的不同时间参数,利用时间参数从故障距离 表达式中消除输电线路波速和弧度的影响。仿真 结果表明,该方法具有较高的精度和可靠性。

1 行波信号提取方法

1.1 多尺度小波变换积

本文利用多尺度积小波变换检测行波到达测 量终端的时刻。多尺度积小波变换将序列尺度的 积系数作为小波变换的结果,可以在突变不连续处 放大小波系数,使噪声小波系数大大减小。相邻尺 度小波系数积定义^[16]如下:

 $P_{2}f(x) = W_{2}f(x) \cdot W_{2^{i+1}}f(x)$ (1) 式中, $W_{2}f(x)$ 为 f(x) 在尺度 j 下的小波变换; $W_{2^{i+1}}f(x)$ 为 f(x)在尺度 j+1下的小波变换。

令零向量 M2 元素个数与信号采样点个数相同,小波系数模极大值处位置为 M2 中元素值为"1"的位置,即

$$M_{2'i} = 1 \quad \text{if} \quad |P_{2'i}| \ge \lambda_m \tag{2}$$

式中, M_{2i} 为 M_{2} 的第i个元素; P_{2i} 为 P_{2} 的第i个元 素; λ_{m} 为统计结果在零处幅值的阈值。

提取信号奇异点处的小波系数,有

$$W_{2^{j}} = W_{2^{j}} \cdot M_{2^{j}}$$
 (3)

时间参数的检验使用 B 样条函数的导函数作 为小波函数。一阶 B 样条函数定义如下:

$$N_{1}(t) = \begin{cases} 1, 0 \le t \le 1\\ 0, & \text{Item} \end{cases}$$
(4)

进一步,m阶基数B样条定义为

$$N_{m}(x) = N_{m-1} \cdot N_{1} = \int_{0}^{1} N_{m-1}(x-t) dt,$$

$$m \ge 2$$
(5)

一组滤波器的表达式为

$$\begin{cases} h(\omega) = e^{j\frac{\omega}{2}} \left(\cos \frac{\omega}{2} \right)^m \\ g(\omega) = 4j e^{j\frac{\omega}{2}} \sin \frac{\omega}{2} \end{cases}$$
(6)

其中,第1个表达式代表低通滤波器,第2个表达式 代表带通滤波器。对应的双尺度方程为

$$\begin{cases} \varphi(x) = \sqrt{2} \sum_{k} h_{k} \varphi(2x - k) \\ \psi(x) = \sqrt{2} \sum_{k} g_{k} \varphi(2x - k) \end{cases}$$
(7)

此时 $\varphi(t)$ 是一个三次样条, $\psi(t)$ 是一个关于原 点反对称的二次样条。当使用该方法评估测量信 号时,每个尺度上的信号小波变换类似于处理具有 指定中心频率的波群。信号的中频带范围随分析 尺度而变化,当采用更大尺度的变换时,所提取的 波头频带受到约束,并且模极大值出现的时间可能 会因移动波头实际频率的突然变化而稍微延迟(模 极大值与信号的尖锐变化点相对应,确定为电流行 波的到达时刻)。因此,从大尺度上的极大值点反 推、比较,找到突变点位置,从而获得行波到达测试 点的时间参数。

上述方法实现从信号小波变换的模极大值中 提取小波系数,然后使用该小波系数重构信号并消 除信号噪声。为获得最优重构信号,使用萤火虫优 化算法(firefly algorithm,FA)对阈值λ_m进行优化。

1.2 萤火虫优化算法

为构建萤火虫算法,需遵循以下理想化准则: ①所有萤火虫都可以互相吸引,这种吸引力与萤火 虫之间的距离成反比,与它们的亮度成正比;②较 亮的萤火虫会随机移动,并吸引较暗的萤火虫靠近 自己;③萤火虫亮度由待优化的目标函数值决定。 因此,其核心原则是较暗萤火虫会被较亮萤火虫吸 引,并更新自身所处位置。萤火虫在搜索空间中的 位置象征着优化问题的答案,其亮度与其适应度值 相关。一旦其满足预定的算法则终止标准并完成 优化目标,否则萤火虫就会继续向更高亮度的萤火 虫攀爬。萤火虫优化算法的数学描述如下。

设萤火虫数量为N,维度为D,第i只萤火虫的 位置表示为 $x_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{iD})(i = 1, 2, \dots, N)$, 第j只萤火虫的位置表示为 $x_j = (x_{j1}, x_{j2}, \dots, x_{jD})$ $(j = 1, 2, \dots, N)$ 。第 $i \downarrow j$ 个萤火虫的距离为

$$r_{ij} = \|x_i - x_j\| = \sqrt{\sum_{d=1}^{D} (x_{id} - x_{jd})^2}$$
(8)

式中,*x_{id}、x_{jd}*分别为第*i、*j个萤火虫的*d*维位置,其亮度和吸引度分别为

$$I = I_0 \mathrm{e}^{-\gamma r_{ij}^2} \tag{9}$$

$$\beta = \beta_0 \mathrm{e}^{-\gamma r_{ij}^2} \tag{10}$$

式(9)、(10)中,*I*₀为初始亮度;β₀为初始吸引度;γ为 光强吸收系数,随着距离的增加和传播媒介的吸 收,荧光会逐渐减弱。

萤火虫优化算法每次迭代可看作由荧光素浓 度更新阶段和移动位置更新阶段组成。萤火虫的 荧光素浓度更新为

 $l_i(t) = (1 - \rho)l_i(t - 1) + \gamma J(x_i(t))$ (11) 式中, $l_i(t)$ 为第 t代第 i个萤火虫的萤火素浓度; $\rho \in (0,1)$,为荧光素挥发因子,主要控制荧光素值; γ 为荧光素更新率; $J(x_i(t))$ 为目标适应函数,对荧光 素 值 有 决定性作用,此处选择 信 噪比(signal to noise ratio, SNR)增益作为目标适应函数:

$$(S/N)_{\rm I} = \frac{(S/N)_{\rm o}}{(S/N)_{\rm in}}$$
 (12)

式中,(*S*/*N*)。为经优化后所得重构信号的信噪比, (*S*/*N*)_m为优化前信号的信噪比。

第*i*个萤火虫在其动态决策域半径 $r_a^i(t)$ 内,选 择亮度比自己高的个体构成领域集 $N_i(t)$,并以概 率 $p_{ij}(t) = (l_j(t) - l_i(t)) / (\sum_{k \in N_i(t)} l_k(t) - l_i(t))$ 向领 域内的第*j*个萤火虫移动,第*i*个萤火虫向第*j*个萤 火虫移动的位置更新为

$$x_{id}(t+1) = x_{id}(t) + \beta(x_{jd}(t) - x_{id}(t)) + \alpha_i(t)\varepsilon$$
(13)

式中, $x_{id}(t)$ 为第*i*个萤火虫第*t*代第*d*维位置; $\alpha_i(t)$

为第*i*个萤火虫的第*t*代步长因子; ε服从均匀分布, 取值范围为[-0.5, 0.5]。

萤火虫的感知范围对应于动态决策域。若在 感知范围内有太多的萤火虫,则决策域会更小;反 之扩大决策域,第*i*个萤火虫的动态决策域半径可 更新为

$$r_{d}^{i}(t+1) = \min\{r_{s}, \max[0, r_{d}^{i}(t) + \beta(n_{i} - |N_{i}(t)|)]\}$$
(14)

式中, r_s 为感知半径; n_i 为邻居数的阈值; $|N_i(t)|$ 为 邻域范围内萤火虫的个数; β 为动态决策更新率。

本文所提方法的具体流程如图1所示。



图1 最优阈值寻优流程 Figure 1 Flowchart of threshold optimization

2 基于行波定位的输电线路故障分析

为解决行波故障定位方法中波速不确定性带 来的测距误差问题,提出一种新的避开波速和输电 线路弧度的故障测距方法。实际电力系统中基于 GPS 精确时钟的行波测距装置在变电站的安装如 图2所示。





图2 输电线路故障示意

Figure 2 Schematic diagram of transmission line failure

图 2 中 a 为故障线路,b 为相邻线路;L₂为故障 线路的参考母线(总线),L₁为故障线路的相对母 线,L₃为相邻线路的相对母线。初始行波到达母线 L₁、L₂、L₃的时间为*t*₁、*t*₂、*t*₃。距离母线L₁、L₂分别为 *d*₁、*d*₂(km)处发生故障。

假设行波沿线路a、b的传播速率与波速v相同。 故障发生时故障位置的计算如下:

$$\begin{cases} (t_1 - t_0) v = d_1 \\ (t_2 - t_0) v = d_2 \\ (t_3 - t_0) v = d_2 + d_b \\ d_1 + d_2 = d_a \end{cases}$$
(15)

则故障位置到母线L2的距离可表示为

$$d_{2} = \frac{(t_{2} - t_{1})d_{b}}{2(t_{2} - t_{3})} + \frac{d_{a}}{2}$$
(16)

在已知线路a、b长度的情况下,式(16)只包含 3个无波速的时间参数。在给定输电线路相似的弧 度和跨距的情况下,方程式(15)中的长度参数被认 为是电力系统中具有修正系数的给定长度。当d2 的推导过程中采用比值形式时,修正系数将被剔 除。因此,实际距离由式(16)给出,在一定程度上 消除了传输线弧度的影响。此外,由于3个时间参 数的测量,与传统的单端或双端方法中只有2个时 间参数相比,增加1个时间参数可以消除测量误差 的影响。

文中方法的精度依赖于波涌到达测量终端时 的准确识别,准确测量时间参数*t*₁、*t*₂、*t*₃成为关键问 题。当初始故障行波到达母线L₁、L₂时,由于母线 L₁、L₂处存在明显的突变,因此很容易测量*t*₁、*t*₂。但 是故障行波在母线L₂处折射后才到达母线L₃,因 此,有必要对母线L₂行波折射进行研究。

当行波沿传输线传播时,传输线母线上的波阻 抗发生变化,产生折射和反射。折射率计算如下:

$$\partial_i = \partial_u = \frac{2Z_2}{Z_2 + Z_c} \tag{17}$$

式中,*Z*₂为传输总线上的等效负载;*Z*₆为传输线的波阻抗。

根据电力系统的实际情况,为保证母线L₂-L₃不 少于1条输电线路,可考虑如下情况。

1) 母线L₂连接多条馈线。

假设 a 线的波阻抗近似等于 b 线的波阻抗 Z_{eo} 当母线 L_2 有馈线时,其相对于故障线路 a 的等效波 阻抗为 $Z_2 = Z_e/(n-1)$,如图 3 所示。根据式(17)可 得母线 L_2 处的折射系数 $\partial_i = 2/n$ 。作为母线 L_2 的一 条馈线的故障线路,其折射系数的计算公式为

$$\partial_i' = \frac{2}{n(n-1)} \tag{18}$$

因此,当母线L₂只有2条馈线时,折射系数几乎等于 1,表明行波从L₂传播时没有损失。随着n的增加, 折射系数减小,说明最大电流值减小,突变可能变 得不明显。



图3 无变压器母线线路



2) 母线L2连接变压器和多条馈线。

如图4所示,Z₁、Z₀分别为变压器的等效正序、 零序阻抗。故障电流行波是一种瞬态高频信号,频 谱主要分布范围为10~100 kHz。当故障发生在近 距离时,入射波前的频率可达到1 MHz,变压器的 等效阻抗远大于输电线路的等效阻抗。因此,变压 器馈线的折射系数约为0,这意味着行波浪涌不能 进入变压器馈线。对故障的分析主要集中在传输 线馈线方面。







考虑前文所述的折射系数,通过对不同n值以 及有、无变压器的仿真,可得到有、无变压器母线线 路计算结果,如图5所示,有变压器与无变压器时 相比,母线L2上有变压器馈线的电流突变变得不 明显,从上到下显示了n为2~6时的折射行波。计 算结果表明,多尺度小波变换积仍然可以很容易地 检测出突变,当n增加到6时,突变仍能被准确地检 测到。



Figure 5 Result of bus line with a transformer or without transformer

3 算例分析

为了验证文2所述方法的适用性,分别对母线 L₂有、无变压器的双源模型(如图6所示)进行仿真, 线路a、b的长度分别设置为140、70 km;故障定位基 于前文所述多尺度小波变换积方法实现;输电线路 的结构参数如表1所示。







表1 输电线路参数 Table 1 Transmission line parameters

参数	电阻/(Ω/km)	电导/(Ω/km)	电容/(µF/km)
正序	0.025	0.28	0.012
零序	0.200	0.60	0.009

假设 4×10⁴ µs 时距母线 L₂为 55 km 处设置单 相故障,则初始浪涌到达母线 L₁、L₂、L₃时可以用基 于多尺度积去噪的小波变换检测,检测过程中阈值 λ_m 的取值变化如图 7 所示;迭代至 100 次时 λ_m 取为 6.48,将该值输入小波变换模型中,检测结果如图 8 所示,脉冲较为明显,表示 3条线路行波突变点位置 均能明显检测到,检测结果较为理想。



图7 阈值λ , 取值变化曲线





图 8 故障点距离母线 L₂为 55 km 时小波变换结果
 Figure 8 Wavelet transform result when the fault point is 55 km away from bus 2

基于前文所述多尺度小波变换积方法及母线 有、无变压器的双源模型的仿真结果,可得故障位 置计算误差,如图9所示,远端故障略大于近端故障 的误差;有变压器与无变压器接入母线时的合闸故 障误差相似;有变压器大于无变压器接入母线时远 端故障的误差。但各模拟情况的故障位置计算误 差均小于120 m。



图9 故障位置计算误差

Figure 9 Calculation error of fault location

有变压器时故障位置的测量误差偏大原因主 要如下:虽然变压器的等效阻抗比输电线路的等 效阻抗大得多,但理论上仍有折射行波传播到变 压器中,这将削弱行波传播到母线L₃的能量;折 射会削弱行波沿传输线长距离传播时的能量。根 据能量守恒定律,行波传播到母线L₃的能量最 小,行波的突变性减弱,这样故障位置的测量误差 就会变大。

4 结语

针对行波故障定位方法中波速不确定性带来 测距误差问题,本文提出一种新的避开波速和输电 线路弧度的故障测距方法:

 1)通过萤火虫优化算法对多尺度小波变换模型进行优化,优化后的模型能够降低噪声对所提取 信号的干扰;

 2)测量初始行波到达参考母线、故障线路的相 对母线和相邻线路的相对母线时的不同时间参数,
 利用时间参数从故障距离表达式中消除了输电线路波速和弧度的影响。

参考文献:

- [1] 葛耀中.新型继电保护和故障测距的原理与技术(第2版)[M].西安:西安交通大学出版社,2007.
 GE Yaozhong. Principle and technology of new relay protection and fault location(second edition)[M]. Xi'an: Xi'an Jiaotong University Press,2007
- [2] LI Z W,LÜ J J,XI Y H,et al. Accurate detection method of voltage traveling-wave-based on waveform inversion[J].
 Electric Power Systems Research,2020,178:106033.
- [3] 黄冬梅,许明珊,胡安铎,等.计及地质灾害风险的输电线路路径选择[J].智慧电力,2021,49(7):73-78.
 HUANG Dongmei, XU Mingshan, HU Anduo, et al. Selection of transmission line route considering geological disaster risk[J].Smart Power,2021,49(7):73-78.
- [4] 孟峥峥,李旭,于洋,等.高压XLPE电缆缓冲层故障研究现状综述[J].中国电力,2021,54(4):33-41+55.
 MENG Zhengzheng,LI Xu,YU Yang, et al. Review on the research status of the high voltage XLPE cable buffer layer failure[J].Electric Power,2021,54(4):33-41+55.
- [5] HINGE T P, DAMBHARE S S. Secure phase comparison schemes for transmission-line protection using synchrophasors[J]. IEEE Transactions on Power Delivery, 2015,30(4):2045-2054.
- [6] YANG X S, DEB S. Engineering optimization by cuckoo search[J]. International Journal of Mathematical Modeling and Numerical, 2010, 1(4):330-343.
- [7] LEE J W, KIM W K, HAN J, et al. Fault area estimation using traveling wave for wide area protection[J]. Journal of Modern Power Systems and Clean Energy, 2016, 4(3): 478-486.
- [8] CHEN S L,SHU H C,WANG Y Z,et al.Distance protection scheme with travelling wave for UHVDC transmission line based on wavelet transform[C]//Third International Conference on Electric Utility Deregulation and Restructuring and Power Technologies, Nanjing, China, 2008.
- [9] 邓丰,徐帆,曾哲,等.基于多源暂态信息融合的单端故 障定位方法[J].电工技术学报,2022,37(13):3201-3212.
 DENG Feng,XU Fan,ZENG Zhe, et al. Single-ended fault location method based on multi-source transient information fusion[J]. Transactions of China Electrotechnical Society,2022,37(13):3201-3212.

[10] 胡冰颖,李梅.基于零模线模时差的配电网双端行波故

障测距[J].电力工程技术,2021,40(2):114-120.

HU Bingying, LI Mei. Double ended traveling wave fault location in distribution network based on the time difference of zero-mode and line-mode[J]. Electric Power Engineering Technology,2021,40(2):114-120.

[11] 李舟,乔文,谈震,等.基于行波特征频率的配电网混合
 线路故障定位方法[J].电网与清洁能源,2021,37(5):
 33-42+51.

LI Zhou, QIAO Wen, TAN Zhen, et al. Fault location method for hybrid lines based on traveling wave characteristic frequency in distribution network[J]. Power System and Clean Energy, 2021, 37(5): 33-42+51.

- [12] REDFERN M A, BO Z Q, FIANG F. Network protection based on fault generated transients[C]//Seventh International Conference on Development in Power System Protection, Amsterdam, Netherlands, 2001.
- [13] 陈海东,蒙飞,赵磊,等.利用分布式电源注入信号的配电线路故障性质识别技术[J].高压电器,2022,58(12): 123-129.
 CHEN Haidong, MENG Fei, ZHAO Lei, et al. Fault identification technology for distribution line based on distributed generation injection signal[J]. High Voltage Apparatus, 2022,58(12): 123-129.
- [14] 李泽文,曾祥君,夏翊翔,等.高压交流输电线路故障行 波定位技术综述[J].长沙理工大学学报(自然科学版), 2022,19(3):104-121.

LI Zewen, ZENG Xiangjun, XIA Yixiang, et al. Review of traveling wave fault location technology for high voltage AC transmission lines[J]. Journal of Changsha University of Science & Technology(Natural Science), 2022, 19(3): 104-121.

- [15] LIU L B, LUO M K, LAI L. Instantaneous frequency estimation based on the wigner-ville distribution associated with linear canonical transform(WDL)[J]. Chinese Journal of Electronics,2018,27(1):123-127.
- [16] SHARMA R R, PACHORI R B, et al. Improved eigenvalue decomposition-based approach for reducing cross-terms in wigner-ville distribution[J]. Circuits, Systems, and Signal Processing, 2018, 37(8): 3330-3350.
- [17] 李卫彬,童欣,黄超,等.基于分层定位模型的含DG配电
 网故障定位方法研究[J].电力系统保护与控制,2022,50
 (24):160-166.

LI Weibin, TONG Xin, HUANG Chao, et al. A fault location method for a distribution network with DG based on a hierarchical location model[J]. Power System Protection and Control, 2022, 50(24):160-166.

[18] 黄鸣宇,祁升龙,芦翔,等.基于轨迹去伪的输电线路故 障定位方法[J].电测与仪表,2022,59(7):85-90.
HUANG Mingyu, QI Shenglong, LU Xiang, et al. A novel trajectory purification based fault location method for transmission line[J]. Electrical Measurement & Instrumentation,2022,59(7):85-90.

(上接第74页 = Continued from page 74)

[17] 陈祥和,刘在国,肖琦.输电杆塔及基础设计(第三版)[M].北京:中国电力出版社,2020:88-89.

CHEN Xianghe, LIU Zaiguo, XIAO Qi. Power transmission tower and its foundation design(Third edition)[M]. Beijing: China Electric Power Press, 2020:88-89.

[18] 王维,曾振炜,王劼忞,等.输电杆塔无线供电系统非均匀 多米诺单元性能分析与优化[J].电工技术学报,2022,37 (17):4315-4325.

WANG Wei, ZENG Zhenwei, WANG Jiechen, et al. Performance analysis and optimization of non-uniform domino unit in wireless power supply system of transmission tower[J]. Transactions of China Electrotechnical Society,2022,37(17):4315-4325.

[19] 滕振超.圣维南原理的有限元模拟[J].价值工程,2018,37

(24):188-190.

TENG Zhenchao. Finite element simulation of Saint-Venant's Principles[J]. Value Engineering, 2018, 37(24): 188-190.

[20] 栗学梅,刘岩磊,牛红章.地基一基础接触面研究综述[J]. 山西建筑,2013,39(3):59-60.

LI Xuemei, LIU Yanlei, NIU Hongzhang. On survey of study on foundation-basement contact surface[J]. Shanxi Architecture, 2013, 39(3):59-60.

[21] 殷宗泽,朱泓,许国华.土与结构材料接触面的变形及其数学模拟[J].岩土工程学报,1994,16(3):14-22.
 YIN Zongze,ZHU Hong,XU Guohua.Numerical simulation of the deformation in the interface between soil and

of the deformation in the interface between soil and structural material[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering,1994,16(3):14-22.