

# 基于 SRSM 模型的变压器电气参数对绕组变形的敏感性分析

刘建锋, 陈乐乐, 姚晨曦

(上海电力大学电气工程学院, 上海 200090)

**摘要:**为深入研究变压器绕组变形类别、变形程度与绕组电气量的对应关系,从绕组电气量中挖掘出更多绕组信息,采用随机响应面法(SRSM)建立三绕组变压器绕组电气参数与结构参数的显式函数模型,为变压器电气参数对绕组变形的敏感性分析提供目标函数,并提出基于 Morris-Sobol 法的全局敏感性双层分析模型研究目标函数,确定各电气参数可以最灵敏反映的变形类型。第 1 层 Morris 法排除无关结构变量,提高敏感性分析的效率与精度;第 2 层 Sobol 法分析各电气参数对不同变形种类的敏感性。分析结果发现,电容参数对绕组径向变形的敏感性远高于电感参数。由此,将绕组电容变化视为检测绕组变形的重要判据,从而建立绕组测试电容变化率与等效变形量之间的联系,为基于电气参数检测绕组变形提供有效方案。

**关键词:**绕组变形;随机响应面法;Morris 筛选法;Sobol 方法;敏感性分析

DOI:10.19781/j.issn.1673-9140.2023.04.010 中图分类号:TM411.2 文章编号:1673-9140(2023)04-0093-11

## Sensitivity analysis of transformer electrical parameters to winding deformation based on SRSM method

LIU Jianfeng, CHEN Lele, YAO Chenxi

(College of Electrical Engineering, Shanghai University of Electric Power, Shanghai 200090, China)

**Abstract:** To comprehensively investigate the intricate relationship between transformer winding deformation categories, deformation degrees and winding electrical quantities, and to extract more winding information from electrical parameters, an explicit function model employing the stochastic response surface method (SRSM) is established. This model integrates three-winding transformer electrical parameters and structural variables, facilitating a deeper understanding of their interplay, and act as objective function for the sensitivity analysis of transformer. A dual-layer global sensitivity analysis model based on the Morris-Sobol method is proposed to analyze the objective function and identify the deformation types most sensitively reflected by each electrical parameter. The Morris method excludes the impact of irrelevant structural variables, increasing the efficiency and accuracy of sensitivity analysis. The Sobol method is subsequently utilized to assess the sensitivity of electrical parameters to different deformation types. It is found that the sensitivity of capacitance parameters to winding radial deformation is much higher than that of inductance parameters. Therefore, the variation in winding capacitance is adopted as the criterion for detecting winding deformation. and the relationship between the change rate of winding test capacitance and equivalent deformation is established. This approach not only enhances understanding but also paves the way for effective detection of winding deformation based on electrical parameters.

收稿日期:2022-02-23;修回日期:2022-05-24

基金项目:国家自然科学基金(61873159)

通信作者:陈乐乐(1996—),男,硕士研究生,主要从事变压器在电力系统中应用的研究;E-mail:1074339942@qq.com

**Key words:** winding deformation; stochastic response surface method(SRSM); Morris screening method; Sobol method; sensitivity analysis

电力变压器作为电力系统中的主要元件之一,及时发现绕组的变形与绝缘缺陷等安全隐患对于保证其正常运行尤为关键。当前最常见的变压器绕组变形的电量检测方法主要有短路阻抗法、低压脉冲法、频率响应法以及扫频阻抗法<sup>[1-2]</sup>。文献[3-4]采用短路阻抗法,对变压器绕组施以电压后测量其短路电抗来反映绕组的变形状况,但其灵敏度偏低、可靠性较差;文献[5-6]采用低压脉冲法,在时域中比较激励与响应间的不同来确定绕组变形情况,但该方法易受干扰因素的影响、测试可重复性不强;文献[7-9]使用频率响应法,通过测量并比较变压器各绕组的幅频响应特性来确定变压器绕组形变,但该方法测试结果不直观,对测试人员的经验依赖性较强,不利于测试标准化。因此,使用新的研究手段和方法,分析绕组变形前、后电容和电感等电气量的变化来挖掘出更多的变压器绕组状态信息,有利于完善和发展变压器绕组变形检测方法。

目前,获取变压器绕组的等值电路参数大多是通过有限元仿真方法<sup>[10-11]</sup>,其中关于电感、电容等电气参数的仿真结果是基于绕组结构的隐式函数计算而来,难以分析出电气参数变化与绕组形变之间的具体关系。而随机响应面法(stochastic response surface method, SRSM)<sup>[12-14]</sup>作为一种非侵入式分析方法,采用混沌多项式建立起输入与输出间的简化模型,可将复杂的隐式函数揭示为显示函数。本文采用SRSM并结合有限元仿真建立变压器绕组电气参数的显式模型,从而为分析绕组电气参数对绕组形变的敏感性提供明确简洁的显式目标函数。

为分析变压器SRSM模型中各参数变量对输出结果的影响,需对各个参数进行全局敏感性分析。全局敏感性分析不仅考虑单一变量的变化对输出的影响,还能感知到变量间交叉效应的影响,能够完成对非单调、非线性强、不能叠加的变压器SRSM模型的分析。本文提出使用Morris-Sobol联合合法分析绕组电气参数对绕组变形的全局敏感性,2种方法的结合可以提高模型参数敏感性分析的可靠性与计算效率;并以敏感性分析结果作为有力支撑,在绕组变形的检测判据当中引入电容参数。

## 1 变压器绕组电气参数的SRSM模型

### 1.1 SRSM基本原理

SRSM来源于多项式混沌展开(polynomial chaotic expansion, PCE)的方法<sup>[15]</sup>,把系统看作一个“黑箱”,用含有独立标准随机变量的所有正交多项式混沌展开之和近似表示系统的随机过程。考虑以下概率空间中的函数模型:

$$Y = f(X) \quad (1)$$

其中,  $X = [X_1, X_2, \dots, X_n]^T$  用以表示  $n$  维随机变量。可采用数值模拟构造函数近似逼近模型的方式处理函数关系  $f$  不能进行显式表示的问题,进而获得输出响应  $Y$  关于输入随机变量  $X$  的近似函数关系。

变压器绕组是一个高度复杂的非线性系统,采用  $n$  个输入参数的SRSM模型,输出响应为

$$Y = \sum_{i \leq N} a_i \varphi_i(X) = a_0 + \sum_{i=1}^n a_i H_1(\xi_i) + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^i a_{ij} H_2(\xi_i, \xi_j) + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^i \sum_{k=1}^j a_{ijk} H_3(\xi_i, \xi_j, \xi_k) + \dots = aH(\xi) \quad (2)$$

其中,  $N$  为多项式展开阶数。多项式展开后的常系数向量可用  $a = [a_0, a_i, \dots]$  来表示,  $H(\xi) = [1, H_1(\xi_1), \dots]^T$  表示正交多项式的基函数向量,  $H_m(\xi)$  表示阶数为  $m$  的Hermite多项式,  $\xi$  为  $n$  维标准正态分布变量。一般情况下所考虑的输入随机参数并非严格相互独立的标准正态分布,此时无法直接应用式(2)完成运算,因此,选择采用基于正交变换法并联合Nataf变换<sup>[16]</sup>的映射变换法。

在工程应用中,Nataf方法广泛应用于结构的敏感性和可靠度的相关计算中。Nataf正变换将原始向量空间等概率变换到独立标准正态分布向量空间;Nataf逆变换则能将独立标准正态分布向量空间等概率变换到相关的标准正态分布空间<sup>[14]</sup>。该方法实现相应的非标准正态随机变量与彼此独立的标准正态随机变量之间的相互转换。

式(2)中待定系数的个数为

$$P=(n+N)!/(n!N!) \quad (3)$$

式(3)表示当输入变量的维数  $n$  和多项式展开阶数  $N$  都增大时,多项式展开后系数的个数会明显增加。文献[17]建议采用线性规划法计算,确定待定系数时选取  $m=2P$  个配置点;文献[18]则更进一步认为,当矩阵  $[H^{(1)}(\xi), H^{(2)}(\xi), \dots, H^{(m)}(\xi)]$  是  $P$  阶满秩的方阵时,仅需选取  $m=P$  个线性且独立的配置点就可很有效地保证对逼近模型的精度,因此,可将式(2)模型简化为矩阵代数计算:

$$a=[Y_1, Y_2, \dots, Y_m] \cdot [H^{(1)}(\xi), H^{(2)}(\xi), \dots, H^{(m)}(\xi)]^{-1} \quad (4)$$

其中,  $Y_i$  为第  $i$  个配置点处的输出响应,  $H^{(i)}(\xi)$  为第  $i$  个配置点处的正交多项式基函数。为求出所有 Hermite 多项式系数值,对于矩阵  $H$ ,本文选用基于线性无关原则的概率配点选取法<sup>[19]</sup>求解式(4)中的线性方程组,得到待定系数向量  $a$ 。

### 1.2 变压器电气参数 SRSM 模型建立

构建变压器绕组电气参数 SRSM 模型的基本过程:在利用基于线性无关原则的概率配点法得到配点组后,先采用 Nataf 逆变换将配点映射转换为关于变压器绕组的结构参数(如变压器绕组半径、高度),通过有限元仿真,得到关于变压器绕组电气参数的输出响应  $Y$ (如变压器绕组的电容、电感);再运用 Nataf 正变换把相关的绕组结构参数等概率转化为独立标准正态分布向量  $H$  作为 SRSM 模型的输入。由输入向量  $H$  与输出响应向量  $Y$  可求出多项式系数矩阵  $a$ 。建模过程中要求模型拟合精度大于 0.99 且样本点外最大相对误差不大于 5%。如若精度不满足要求,则增加模型的项数或阶数,重新进行拟合及精度检验。

以某型号的三绕组电力变压器为例分析其电气参数 SRSM 模型的构建过程。该变压器的容量为 150 MV·A,电压组合为 220 kV/121 kV/11 kV,其他结构参数如表 1 所示。

运用 ANSYS 有限元软件构建变压器一相绕组的二维轴对称有限元模型。三绕组降压变压器二维示意如图 1 所示,模型共划分为五大区域:低压绕组  $A_1$ 、中压绕组  $A_2$ 、高压绕组  $A_3$ 、铁芯及铁轭  $A_4$ 、绝缘油  $A_5$ 。而变压器绕组的电容、电感等电气参数会随着绕组的变化而随之产生相关变化,本文将建立

低、中、高压绕组的对地自电容( $C_{11}$ 、 $C_{22}$ 、 $C_{33}$ )及其互电容( $C_{12}$ 、 $C_{13}$ 、 $C_{23}$ )和低、中、高压绕组自感( $L_{11}$ 、 $L_{22}$ 、 $L_{33}$ )及其互感( $L_{12}$ 、 $L_{13}$ 、 $L_{23}$ )的 SRSM 模型。

表 1 三绕组变压器结构参数

Table 1 Structural parameters of three-winding transformer

参数	数值	参数	数值
低压绕组匝数	58	中压绕组匝数	368
低压绕组高(mm)	1 955	中压绕组高(mm)	1 935
低压绕组内/外半径(mm)	439.0/482.5	中压绕组内/外半径(mm)	527.5/618.0
高压绕组匝数	690	铁芯半径(mm)	405
高压绕组高(mm)	1 935	铁芯窗高(mm)	2 195
高压绕组内/外半径(mm)	683.5/795.5	铁轭高(mm)	585

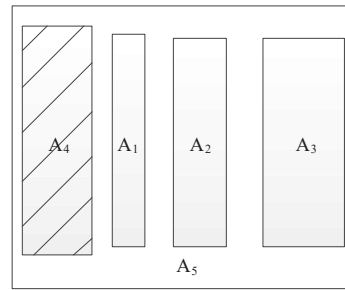


图 1 三绕组变压器二维示意

Figure 1 Two-dimensional schematic diagram of three-winding transformer

变压器绕组在受到外部短路故障产生的冲击时,径向力使低压和中压绕组内径减小、高压绕组内径增大;轴向力使绕组高度减小<sup>[20]</sup>。综合以上分析后选取的 SRSM 模型输入变量包含:低、中和高压绕组的轴向高度  $h_1$ 、 $h_2$ 、 $h_3$ ,以及各绕组内半径  $r_1$ 、 $r_2$ 、 $r_3$ 。通过输入变量在各自定义域内的不同取值模拟变压器中各种程度的绕组变形。各输入变量的取值范围取决于模型的实际结构。各变量起始值及变化范围如表 2 所示。

表 2 结构变量初始取值及变化范围

Table 2 Initial values and variation ranges of structural variables

输入变量	起始值/mm	变形范围/mm	变形程度
$r_1$	439.0	412.66~439.00	0.00~0.06
$r_2$	527.5	495.85~527.50	0.00~0.06
$r_3$	683.5	683.50~704.00	0.00~0.03
$h_1$	1 955	1 368.5~1 955.0	0.00~0.30
$h_2$	1 935	1 354.5~1 935.0	0.00~0.30
$h_3$	1 935	1 354.5~1 935.0	0.00~0.30

以中、高压绕组之间的互感  $L_{23}$  为例,分析 SRSM 模型的建立过程。建立初始模型时选定 Hermite 多项式的二阶形式,根据基于线性无关原则的概率配点选取法获得的 28 个样本点,进行有限元仿真分析获取样本值。获取 2 个变压器高压绕组变形样本值时的有限元仿真模型,如图 2 所示;进而得出随机响应面方程并检测该方程的拟合度,结果如表 3 所示。

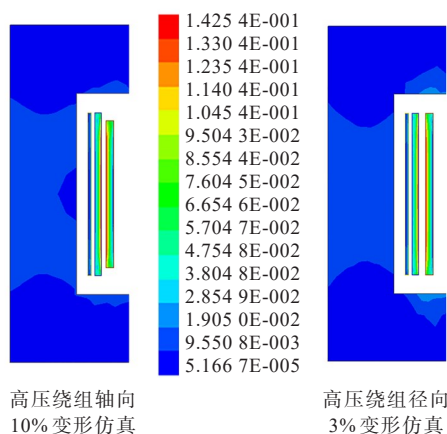


图 2 高压绕组轴向、径向变形仿真结果

Figure 2 Simulation results of axial and radial deformation of HV winding

表 3  $L_{23}$  的随机响应面模型拟合度及误差分析

Table 3 Fitting and error analysis of random response surface model of  $L_{23}$

模型形式	拟合精度 $R^2$	误差 $\epsilon/\%$
二阶	0.986 6	38.62
三阶	0.999 9	2.82

由表 3 可见,拟合优度及最大误差在 SRSM 模型选取的 Hermite 多项式阶次为三阶、采样点个数取为 84 个时才能满足要求。

为了对三阶模型的拟合优度作出更为清晰直观的分析,在各采样点之外重新进行取点计算,并假定其中仅某一变量发生变化,得到  $L_{23}$  的 SRSM 模型拟合值与真实值跟随此变量变化的曲线,如图 3 所示。 $L_{23}$  应反比于中压绕组内径( $r_2$ )、中压绕组高度( $h_2$ )及高压绕组高度( $h_3$ ),与高压绕组内径( $r_3$ )成正相关,而与低压绕组内半径( $r_1$ )和低压绕组高度( $h_1$ )无关。图 3(a)~(f)的拟合方程分别为

$$L_{23} = -7.367r_1^3 + 9.193r_1^2 - 3.826r_1 + 1.061$$

$$L_{23} = 225.754r_2^3 - 346.889r_2^2 +$$

$$174.588r_2 - 28.173$$

$$L_{23} = -369.878r_3^3 + 767.717r_3^2 -$$

$$526.865r_3 + 120.093$$

$$L_{23} = -0.010h_1^3 + 0.051h_1^2 - 0.083h_1 + 0.575$$

$$L_{23} = 0.153h_2^3 - 0.229h_2^2 - 0.882h_2 + 1.984$$

$$L_{23} = 0.643h_3^3 - 2.569h_3^2 + 2.719h_3 + 0.231$$

各个分图中的最大拟合误差依次为 0.21%、1.15%、0.66%、0.18%、0.38% 和 0.56%,计算和理论分析的结果完全一致。由此可见,总体上拟合误差都很小,且随机响应面建模精度满足要求。

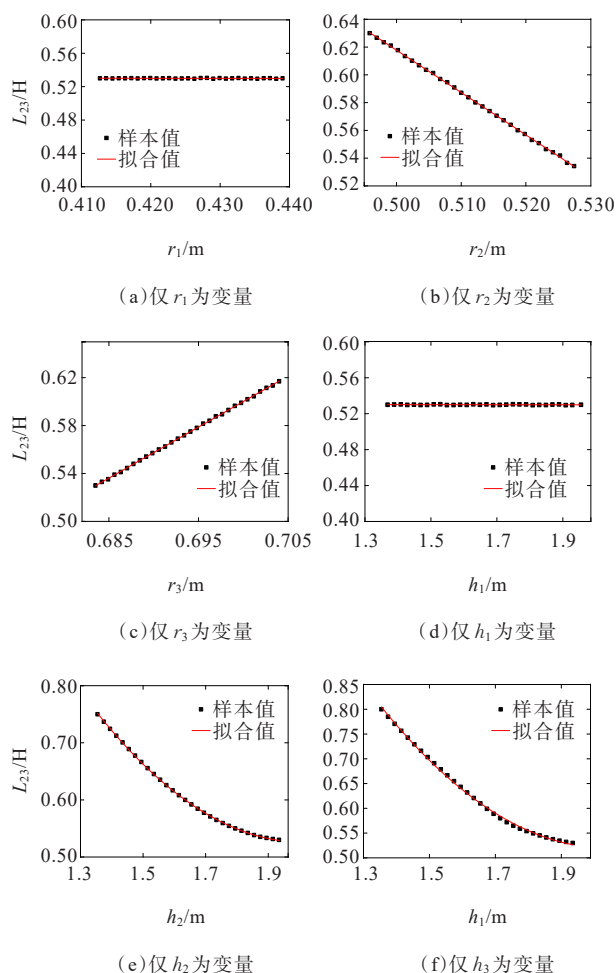


图 3  $L_{23}$  三阶随机响应面拟合情况

Figure 3 Third-order SRSM fitting of  $L_{23}$

经计算分析后其他各个参数的随机响应面函数也都采用三阶模型。各参数随机响应面函数拟合度及误差分析结果如表 4 所示,可以看出,随机响应面模型与真实值逼近度很高,能达到精度要求。



表 4 随机响应面拟合度及误差分析

Table 4 Fitting and error analysis of SRSM

电气参数	$R^2$	$\epsilon/\%$	电气参数	$R^2$	$\epsilon/\%$
$C_{11}$	0.999 9	2.81	$L_{11}$	0.999 9	1.78
$C_{12}$	0.999 9	1.73	$L_{12}$	0.999 9	2.04
$C_{13}$	0.999 9	1.28	$L_{13}$	0.999 9	1.65
$C_{22}$	0.999 9	0.59	$L_{22}$	0.999 9	0.88
$C_{23}$	0.999 9	0.76	$L_{23}$	0.999 9	2.82
$C_{33}$	0.999 9	0.97	$L_{33}$	0.999 9	1.12

## 2 基于 Morris-Sobol 法的变压器绕组电气参数对绕组变形敏感性分析

在建立起变压器绕组电气参数的 SRSM 模型函数后,当进行绕组电气参数对绕组结构参数的敏感性分析时,为进一步提高计算结果的可靠性、准确度与计算的效率,本文提出采用 Morris 筛选法定性分析和 Sobol 法定量分析相结合的变压器绕组电气参数对绕组变形的敏感性双层分析模型。绕组电气参数的 SRSM 函数作为 Morris-Sobol 法进行敏感性分析的目标函数,即 SRSM 函数的计算输出是 Morris-Sobol 法的样本数据输入。

### 2.1 Morris 筛选法分析

作为一种定性全局敏感性分析方法, Morris 筛选法可以通过较低的运算成本给出 SRSM 模型中参数敏感性的相对大小,从而确定模型参数敏感性的排序<sup>[21]</sup>,即

$$S_m = \frac{\sum_{i=0}^{Z-1} \frac{(Y_{i+1} - Y_i)/Y_0}{(P_{i+1} - P_i)/100}}{Z} \quad (5)$$

式中,  $Y_0$  为自变量在取得基准值时的目标变量的函数输出值;  $Y_i, Y_{i+1}$  分别为模型在第  $i, i+1$  次执行时目标变量的函数输出值;  $P_i, P_{i+1}$  分别为模型在第  $i, i+1$  次执行时参数相较于起始值的变化百分率;  $Z$  为扰动实验的次数,其值根据固定步长  $C$  和最大变动幅度  $M$  确定。

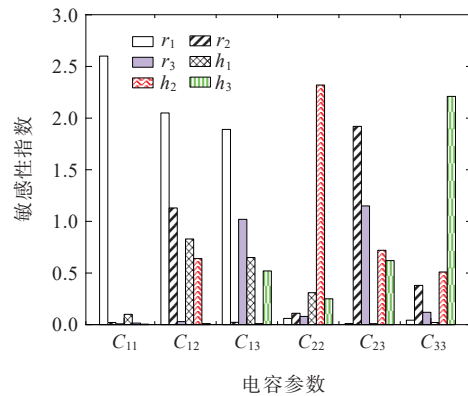
敏感性分类情况如表 5 所示,可按照定性分析的结果将不灵敏参数剔除,并对敏感性高的剩余参数进行敏感性定量分析。

表 5 敏感性级别划分

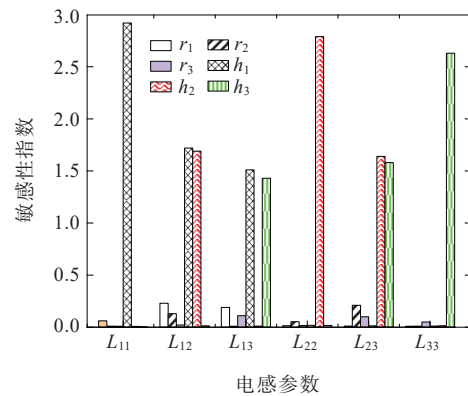
Table 5 Classification of sensitivity levels

敏感性指数 $S_m$	敏感性级别	敏感性指数 $S_m$	敏感性级别
$0.00 \leq  S_m  < 0.05$	不灵敏	$0.20 \leq  S_m  < 1.00$	灵敏
$0.05 \leq  S_m  < 0.20$	中等灵敏	$ S_m  \geq 1.00$	高灵敏

根据经过修正的 Morris 筛选法,以最大扰动变动幅度  $M$  表示表 2 中结构参数的最大变形程度,并以步长  $C = 0.05\%$  对参数逐一进行扰动,且扰动过程中保持其余参数恒定不变,最终通过 SRSM 模型函数求得各样本值。计算出模型中各参数的敏感性判别因子,如图 4 所示,可知不同的电气参数对于不同绕组结构变量的敏感性指数有着明显差异。



(a) 各电容参数敏感性



(b) 各电感参数敏感性

图 4 敏感性柱状图

Figure 4 Sensitivity histogram

综合各电气参数的不同情况,在 6 个结构变量中每个电气参数取 4 个敏感性较高的变量,剔除 2 个不灵敏的变量。例如:电气参数  $L_{23}$  取结构变量

$r_2$ 、 $r_3$ 、 $h_2$ 、和  $h_3$ , 去除  $r_1$  和  $h_1$ 。通过敏感性分析模型的第1层定性分析结果,适当剔除不灵敏参数,为模型中第2层的定量分析减少输入参数,从而加强对敏感性较强参数的研究。而且适当减少对敏感性较弱参数的关注,有助于提升定量分析运算的效率及精度。为了可以充分地计算并研究系统中参数的敏感性,初步为每个电气参数选取4个敏感性高的结构参数作为定量分析的参数。

## 2.2 Sobol方法分析

Sobol方法可以利用计算敏感性量化指标直接得出SRSM模型参数的敏感性,这是目前使用相当普遍的定量全局敏感性定量分析方法<sup>[22]</sup>。

将模型表示为  $y(\mathbf{X})=y(x_1, x_2, \dots, x_n)$ , 模型参数为  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , 数量为  $n$ 。因此,可以将  $y(\mathbf{X})$  在  $\Omega^n = \{x|0 \leq x_i \leq 1; i=1, 2, \dots, n\}$  这个输入变量的单位空间域内分解成  $2^n$  项之和:

$$y(\mathbf{X})=y_0 + \sum_{i=1}^n y_i(x_i) + \sum_{1 \leq i < j}^n y_{ij}(x_i, x_j) + \dots + y_{1,2,\dots,n}(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (6)$$

其中,  $y_0$  表示常数项,其他各子项对其所涉及的任一变量的积分都一定是零。假定  $y(\mathbf{X})$  是平方可积的,式(6)平方后再对输入变量空间内进行多重积分,可以得到:

$$\int y^2(\mathbf{X})d\mathbf{X} - y_0^2 = \sum_{i=1}^n \int y_i^2(x_i) + \sum_{1 \leq i < j}^n \int y_{ij}^2(x_i, x_j) + \dots + \int y_{1,2,\dots,n}^2(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (7)$$

式(7)中等号左边部分为总方差:

$$D = \int y^2(\mathbf{X})d\mathbf{X} - y_0^2 \quad (8)$$

同时可定义S阶偏方差为

$$D_{i_1, i_2, \dots, i_s} = \int_0^1 \dots \int_0^1 y_{i_1, i_2, \dots, i_s}^2 dx_{i_1} \dots dx_{i_s} \quad (9)$$

由式(8)、(9)可得:

$$D = \sum_{i=1}^n D_i + \sum_{1 \leq i < j \leq n} D_{ij} + \dots + D_{1,2,\dots,n} \quad (10)$$

把S阶偏方差与总方差之间的比率定义为S阶敏感性系数:

$$S_{i_1, i_2, \dots, i_s} = \frac{D_{i_1, i_2, \dots, i_s}}{D} \quad (11)$$

将各阶敏感性系数之和定义为总敏感性系数:

$$S_{T_i} = S_i + \sum_{i < j \leq n} D_{ij} + \dots + S_{1,2,\dots,n} \quad (12)$$

Sobol法的一阶敏感性系数反映的是某一参数单独改变时对模型结果产生的影响。总敏感性系数是某一参数的各阶敏感性系数之和,不但能反映某一变量参数在独立变化时的影响,还能反映与其他参数相互作用时对模型结果的影响。参数中变量的敏感性越高,敏感性系数越接近于1。

Sobol法中采用的取样技术为拉丁超立方抽样(latin hypercube sampling, LHS)<sup>[23]</sup>,其基本概念是将各因素的分布划分为N层,发生概率为1/N。对于均匀分布,即将每个因子范围划分为N个相等的区间,每个区间只采样一个值,然后将每个因子随机配对,不进行替换,生成N个样本。该方法优势在于抽样次数少但抽取的样本均匀,不会使样本产生明显的聚集现象,因子空间覆盖率高,可保证抽取样本结果的全面性。

针对各电气参数所确定的4个敏感性定量分析参数,在各参数取值范围内进行拉丁超立方抽样,再通过SRSM模型函数求得1000个样本值,并通过Sobol法计算各电气参数对各结构参数的一阶敏感性系数和总体敏感性系数。各电气参数的总体敏感性系数计算结果如图5所示,可知各电气参数对不同的结构变量表现出不同的敏感程度,并且敏感性显现出较大的差异。

以图5中  $L_{23}$  为例,该电气参数对结构参数  $h_2$  具有最高的敏感性为0.55,其次是  $h_3$ ,对其敏感性为0.53;但该电气参数对结构参数  $r_2$ 、 $r_3$  的敏感性比较低,分别为0.07、0.033,该计算结果与图3中得到的直观结果非常相符。从分析结果中还可以看出,低压绕组对地自电容对低压绕组径向变化最为敏感,但是对其他变形并不敏感。其他电气参数对不同变量的敏感性情况,均可由图5得出。通过计算也发现总体灵敏度与一阶灵敏度差别极小,这表明当绕组发生单一形变或复杂形变时,电

气参数的变化是一致的或差别微小,即表明某特定电气参数在某个或某些特定结构参数变化时才有明显的变化。

### 3 电容参数与绕组径向变形状况关系分析

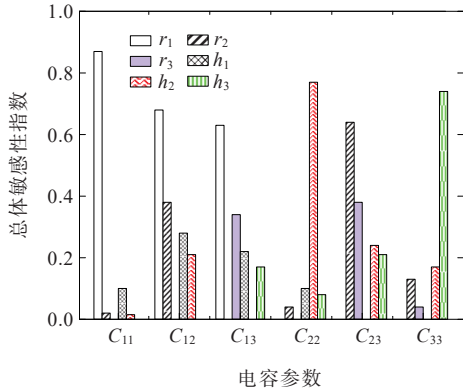
#### 3.1 电容与电感参数的变异系数对比

因为 Sobol 法采用了方差分解的分析思想,仅能比较电气参数在各个不同变量之间的敏感性,无法比较不同电气参数对同一变量的敏感性。因此,可以将随着某一变量变化时电气参数的函数值相对于其起始值的离散程度定义为变异系数:

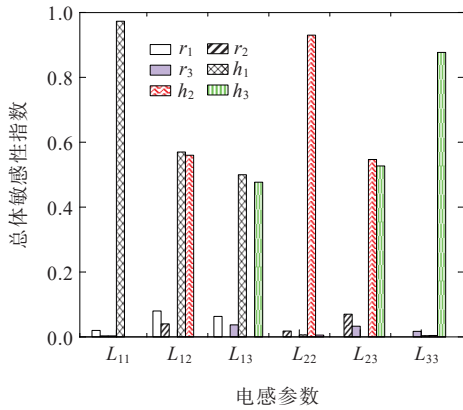
$$V = \frac{1}{y^{(0)}} \sqrt{\frac{1}{M} (y^{(0)} - y^{(i)})^2} \times 100\% \quad (13)$$

式中,  $y^{(0)}$  为初始值;  $y^{(i)}$  为样本值;  $M$  为采样次数。

各电气参数相对不同结构参数的变异系数如表 6 所示。电气参数表现出对某结构变量有越大的变异系数,则说明参数样本值与初始值间有着越大的差距,也表明电气参数对该变量的变化越敏感。从表 6 中可以看出,各电气参数间的变异系数有着较大的差异,因此仅对结构参数  $r_1$  来说,  $L_{33}$  的变异系数最小,几乎为 0,  $C_{11}$  的变异系数最大,为 221.5。这就意味着,在结构参数  $r_1$  发生变化时,  $C_{11}$  能够非常敏感地反映出这种绕组改变,而  $L_{33}$  几乎对这种变化没有反应。从总体上来看,电容参数的变异系数普遍高于电感参数的变异系数。



(a) 各电容参数总体敏感性系数



(b) 各电感参数总体敏感性系数

图 5 总体敏感性柱状图

Figure 5 Overall sensitivity histogram

表 6 电气参数变异系数

Table 6 Variation coefficients of electrical parameters

电气参数	结构参数					
	$r_1$	$r_2$	$r_3$	$h_1$	$h_2$	$h_3$
$C_{11}$	221.5	0.561	—	21.16	2.487	—
$C_{12}$	32.63	21.93	—	16.81	14.338	—
$C_{13}$	23.26	—	20.19	16.79	—	15.16
$C_{22}$	—	7.563	—	14.59	18.321	21.54
$C_{23}$	—	15.47	3.482	—	10.783	14.39
$C_{33}$	—	5.137	30.19	—	10.156	23.81
$L_{11}$	0.003	$5.012 \times 10^{-6}$	$3.156 \times 10^{-6}$	0.023	—	—
$L_{12}$	0.004	$3.132 \times 10^{-4}$	—	0.005	0.005	—
$L_{13}$	0.005	—	0.001	0.006	—	0.003
$L_{22}$	—	0.002	—	$3.185 \times 10^{-6}$	0.005	$3.281 \times 10^{-5}$
$L_{23}$	—	0.007	0.002	—	0.001	0.003
$L_{33}$	—	—	0.008	$3.831 \times 10^{-6}$	$1.356 \times 10^{-6}$	0.004

综合上述敏感性分析结果与变异系数分析结论,低压绕组对地自电容对低压绕组径向变化敏感度最高,而中压绕组对地自电容对中压绕组轴向变化敏感度最高,高压绕组对地自电容对高压绕组轴向变化敏感度最高,各互电容对径向结构参数的敏感性远高于对轴向结构参数的敏感性。从总体上看,电容参数远高于电感参数的灵敏度。由此,就可在绕组变形的检测判据之中引入电容参数,从而为变压器绕组变形的检测提供更为充分且全面的判定依据。

### 3.2 电容变化率与绕组变形程度关系

平板电容器的计算公式为

$$C = \frac{\epsilon_r S}{4\pi k d} \quad (14)$$

式中, $\epsilon_r$ 为材料的相对介电常数; $k$ 为静电常数; $d$ 为两极板间隙。

圆柱形电容器的电容可通过保角变换法<sup>[24]</sup>并根据平板电容器公式计算得到:

$$C = \frac{2\pi\epsilon_r L}{\ln(R_2/R_1)} \quad (15)$$

式中, $R_1$ 、 $R_2$ 分别为圆柱形电容器内、外筒的半径; $L$ 为圆柱高度。

变压器两绕组间的电容可以理想等效为圆柱形电容器电容。当计算变压器一对绕组间的径向几何电容时,计算公式由式(15)转换为

$$C_{ww} = \frac{17.7\pi\epsilon_{eq} H}{\ln(R_{w2}/R_{w1})} \times 10^{-3} \quad (16)$$

式中, $R_{w1}$ 、 $R_{w2}$ 分别为圆柱形电容器内绕组的外半径长度和外绕组内半径长度; $H$ 为轴向电抗高度; $\epsilon_{eq}$ 为主绝缘的等效相对介电常数,且为变压器绕组主绝缘参数的函数。

在不考虑撑条等因素影响的理想情况下,可定义等效变形量 $x$ 是等效半径缩小值与正常情况下平均半径的比值,当中压绕组产生径向变化时,其理想等效变形量 $x$ 变化范围为0.00~0.06(表2)。在现场试验中,各绕组电容的测试值均为该绕组的2个主绝缘之间的电容之和。例如:对中压绕组施压时其电容是 $C_{中-低}$ 与 $C_{中-高}$ 的并联值,即 $C_{中压绕组电容} = C_{中-低} + C_{中-高}$ 。

$$C_{中-低} = 10^{-3} \times \frac{17.7\pi \frac{a_z + (a_y - R_2 x) + a_{zt}}{3.3 + \frac{a_y - R_2 x}{2.2} + \frac{a_{zt}}{4.4}} H}{\ln\left(\frac{R_2 - R_2 x}{R_3'}\right)} \quad (17)$$

式中, $a_z$ 、 $a_y$ 、 $a_{zt}$ 均为中、低压绕组之间的主绝缘参数; $R_2$ 、 $R_3'$ 分别为中压绕组的内半径、低压绕组的外半径。

$$C_{中-高} = 10^{-3} \times \frac{17.7\pi \frac{a_z + (a_y - R_2 x) + a_{zt}}{3.3 + \frac{a_y + R_2 x}{2.2} + \frac{a_{zt}}{4.4}} H}{\ln\left(\frac{R_1^*}{R_2' + R_2 x}\right)} \quad (18)$$

式中, $a_z$ 、 $a_y$ 、 $a_{zt}$ 均为中、高压绕组间的主绝缘参数; $R_1^*$ 、 $R_2'$ 分别为中压绕组的内半径、低压绕组的外半径。

当中压绕组的等效变形量 $x$ 在定义域内发生变化时,先将各绕组按计算得到的最大测试电容量进行归一化处理,再绘制绕组电容量变化率与等效变形量之间的关系图,如图6所示。用变形程度 $\delta$ 表示等效变形量与理想最大变形量间的比值,则 $x$ 对应于 $\delta$ 的取值范围为0~1。用 $\delta$ 表示 $x$ 后即可将绕组变形程度和绕组电容量变化率之间的关系建立起来。

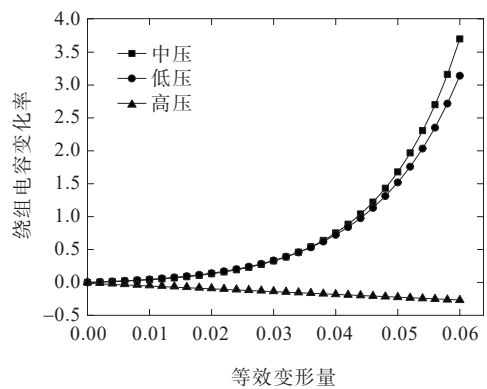


图6 等效变形量与绕组电容变化率间关系

Figure 6 Relationship between equivalent deformation and change rate of capacitance

对图6中计算所得绕组电容量数据进行函数拟合,当中压绕组产生径向变化时,可得中压绕组计算电容的变化率与中压绕组径向变形程度之间的关系:



$$\Delta C_{\text{中压计算}} = 0.0167e^{5.439\delta} \quad (19)$$

但是在实际工程应用中,电容量更易于测出,需要通过测量数据 $\Delta C$ 计算出变形程度 $\delta$ ,所以将式(19)进行变换得:

$$\delta = 0.183 \ln \frac{\Delta C_{\text{中压计算}}}{0.0167} \quad (20)$$

同理,低压绕组计算电容的变化率与中压绕组的径向变形程度之间的关系为

$$\delta = 0.214 \ln \frac{\Delta C_{\text{低压计算}}}{0.0284} \quad (21)$$

式(19)~(21)均由理想等效公式结合所选变压器的具体参数推导出。实际的变压器绕组间耦合关系比较复杂,故采用有限元仿真值与计算值进行对比来验证公式的适用性。模拟中压绕组形变时相应绕组电容变化率计算值与仿真值的对比如表7所示。

表7 电容变化率值对比

Table 7 Comparison of capacitance change rate values

$\delta$	$\Delta C_{\text{中压}}$			$\Delta C_{\text{低压}}$		
	计算值	仿真值	误差/%	计算值	仿真值	误差/%
0.15	0.038	0.039	2.0	0.054	0.058	2.8
0.30	0.085	0.088	3.0	0.114	0.119	3.9
0.45	0.193	0.198	2.6	0.229	0.240	4.5
0.60	0.437	0.454	4.0	0.459	0.475	3.6
0.75	0.987	1.022	3.5	0.920	0.969	5.4
0.90	2.232	2.344	5.0	1.844	1.940	5.2

由表7分析可知,仿真值与计算值基本走势一致,存在一定的误差。可以采用在计算公式中乘入常数 $k$ 对公式进行修正,依据最大误差选取 $k$ 值,例如:对于式(19),选取 $k=1.05$ 乘入右式中,对 $\Delta C$ 值加以修正。相应的后续计算中 $\Delta C$ 均采用修正后的值。

当低、高压绕组发生形变时,各电容量变化率与绕组变形程度的关系均可由公式推导而出。由图6与式(20)、(21)可知,当中压绕组发生形变时,可以通过中、低压绕组电容的变化进行定量判断,而高压绕组电容几乎没有发生变化,这也与图5中敏感度分析的结果相契合。由此,在现场测试诊断中,可以通过变压器各绕组的测试电容量确定绕组的径向变形程度。

## 4 结语

本文采用随机响应面法对某型号三绕组变压器进行建模,揭示了变压器绕组的电容和电感电气参数与绕组结构参数间的显式函数关系。并基于该函数模型研究了变压器绕组的电容、电感参数对绕组不同变形类型的敏感性。分析了电容参数与绕组径向变形程度间的具体关系,并采用有限元仿真值与函数值间的对比验证了该公式的有效性与准确性。

1) 在变压器电气参数对绕组结构参数变化的敏感性分析中,采用了Morris筛选法和Sobol全局敏感性分析法相结合的双层分析模型。Morris筛选法剔除与电气参数最不灵敏的结构参数变量,将目标函数简化,为Sobol全局敏感性分析提供一个简化的模型,并排除无关变量对敏感性分析结果的影响;Sobol分析法分析了各绕组电气参数对不同变形种类的敏感性,确定了各电气参数反映最灵敏的变形类型。

2) 除了分析敏感性外,还引入变异系数,研究后发现电容参数对绕组径向结构参数的敏感性远高于电感参数。据此,将电容参数引入绕组变形的检测判据中。基于同轴圆柱电容计算公式,将绕组测试电容变化率与等效变形量之间建立起直接联系,并采用有限元仿真方法对该函数关系进行了验证,使其可以为工程实践中诊断变压器绕组的径向变形提供可靠参考。

## 参考文献:

- [1] 杨定乾,王建.基于扫频阻抗法辨识的电力变压器绕组变形智能检测技术[J].电测与仪表,2021,58(6):195-200.  
YANG Dingqian, WANG Jian. Intelligent detection technology of power transformer winding deformation based on sweeping impedance identification[J]. Electrical Measurement & Instrumentation, 2021, 58(6): 195-200.
- [2] 夏玉剑,李敏,向天堂,等.基于SOM的变压器绕组和铁芯故障诊断[J].电力科学与技术学报,2018,33(2):129-134.  
XIA Yujian, LI Min, XIANG Tiantang, et al. Fault diagnosis of transformer winding and core based on SOM[J]. Journal

- of Electric Power Science and Technology, 2018, 33(2): 129-134.
- [3] 陈一鸣,梁军,张静伟,等.基于改进参数辨识的三绕组变压器绕组状态在线监测方法[J].高电压技术,2019,45(5):1567-1575.  
CHEN Yiming, LIANG Jun, ZHANG Jingwei, et al. Method of online status monitoring for windings of three-winding transformer based on improved parameter identification[J]. High Voltage Engineering, 2019, 45(5): 1567-1575.
- [4] 李振华,蒋伟辉,喻彩云,等.基于短路阻抗及 $\Delta U-I_1$ 轨迹特征联合分析的变压器绕组变形故障在线检测方法[J].电力自动化设备,2021,41(7):203-209.  
LI Zhenhua, JIANG Weihui, YU Caiyun, et al. Online detection method of transformer winding deformation based on combined analysis of short circuit impedance and  $\Delta U-I_1$  locus characteristics[J]. Electric Power Automation Equipment, 2021, 41(7): 203-209.
- [5] 马小敏,李宏,曹永兴,等.大型变压器绕组变形故障纳秒脉冲法检测试验[J].变压器,2019,56(7):50-54.  
MA Xiaomin, LI Hong, CAO Yongxing, et al. Large transformer winding deformation fault nanosecond pulse detection test[J]. Transformer, 2019, 56(7): 50-54.
- [6] 唐治平,彭敏放,李光明,等.基于重复脉冲法的变压器绕组匝间短路故障诊断[J].电力自动化设备,2018,38(10):153-158.  
TANG Zhiping, PENG Minfang, LI Guangming, et al. Diagnosis of inter-turn short circuit fault of transformer winding based on repetitive surge oscillograph[J]. Electric Power Automation Equipment, 2018, 38(10): 153-158.
- [7] 邹林,廖一帆,罗兵,等.基于有限元法探究电力变压器绕组变形频率响应的仿真研究[J].电力自动化设备, 2017,37(1):204-211.  
ZOU Lin, LIAO Yifan, LUO Bing, et al. Simulative research on frequency response to winding deformation of power transformer based on finite element method[J]. Electric Power Automation Equipment, 2017, 37(1): 204-211.
- [8] 张海军,王曙鸿,刘艳琴.FRA法检测电力变压器绕组变形的试验研究[J].高压电器,2017,53(12):157-162.  
ZHANG Haijun, WANG Shuhong, LIU Yanqin. Experimental study on FRA-based detection of transformer winding deformation[J]. High Voltage Apparatus, 2017, 53(12): 157-162.
- [9] 刘胜军,孙志鹏,沈辰,等.基于振动频谱分析和总谐波畸变率的电力变压器故障诊断方法研究[J].电网与清洁能源,2021,37(3):86-91.  
LIU Shengjun, SUN Zhipeng, SHEN Chen, et al. Research on fault diagnosis of power transformers based on spectral analysis of vibration signals and total harmonic distortion [J]. Power System and Clean Energy, 2021, 37(3): 86-91.
- [10] 刘云鹏,李欢,田源,等.基于分布式光纤传感的绕组变形程度检测[J].电工技术学报,2021,36(7):1347-1355.  
LIU Yunpeng, LI Huan, TIAN Yuan, et al. Winding deformation detection based on distributed optical fiber sensing[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2021, 36(7): 1347-1355.
- [11] 赵志刚,李光范,李金忠,等.基于有限元法的大型电力变压器抗短路能力分析[J].高电压技术,2014,40(10): 3214-3220.  
ZHAO Zhigang, LI Guangfan, LI Jinzhong, et al. Analyzing the short-circuit withstanding ability of large power transformer based the FEM method[J]. High Voltage Engineering, 2014, 40(10): 3214-3220.
- [12] 刘志远,缪辉,于晓军,等.基于神经网络响应面模型的有载分接开关弹簧储能故障的识别[J].电力科学与技术学报,2021,36(3):203-210.  
LIU Zhiyuan, MIAO Hui, YU Xiaojun, et al. An identification method for spring energy storage fault of on-load tap changer based on neural network response surface model[J]. Journal of Electric Power Science and Technology, 2021, 36(3): 203-210.
- [13] 苟筋豪,张梦婷,张宇菁,等.基于统计学习的概率潮流计算方法综述[J].供用电,2021,38(11):33-39.  
GOU Jiahao, ZHANG Mengting, ZHANG Yujing, et al. A review of probabilistic power flow calculation method based on statistical learning[J]. Distribution & Utilization, 2021, 38(11): 33-39.
- [14] 余东,严正,王晗,等.基于含时序项代理模型的电力系统时域仿真不确定性分析[J].电力系统自动化,2022,46(20):119-128.  
SHE Dong, YAN Zheng, WANG Han, et al. Uncertainty analysis of time-domain simulation for power system based on surrogate model containing time series terms[J]. Automation of Electric Power Systems, 2022, 46(20): 119-128.
- [15] 王春晓,陈敏,李永平.基于多项式混沌展开的水文模型参数敏感性分析[J].水电能源科学,2016,34(10):14-18.  
WANG Chunxiao, CHEN Min, LI Yongping. Polynomial chaos expansion method for parameters sensitivity

- analysis of hydrological model[J]. *Water Resources and Power*,2016,34(10):14-18.
- [16] ZHAO Y, WANG L, WU H, et al. Time-varying reliability method based on linearized Nataf transform[J]. *Quality and Reliability Engineering International*, 2021, 37(5): 1922-1938.
- [17] 韦东来,崔振山,陈军.混沌多项式新求解及其在板料成形性容差预测中的应用[J]. *机械工程学报*,2009,45(8): 261-265.
- WEI Donglai, CUI Zhenshan, CHEN Jun. New solution for polynomial chaos expansion and application in tolerance prediction for stamping process[J]. *Journal of Mechanical Engineering*,2009,45(8):261-265.
- [18] 蒋水华,李典庆,周创兵.随机响应面法最优概率配点数目分析[J]. *计算力学学报*,2012,29(3):345-351.
- JIANG Shuihua, LI Dianqing, ZHOU Chuangbing. Optimal probabilistic collocation points for stochastic response surface method[J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*,2012,29(3):345-351.
- [19] 戚日常,范慧芳,李飞,等.基于改进GSA-SVM模型的电力变压器故障诊断[J]. *智慧电力*,2022,50(6):50-56.
- XIAN Richang, FAN Huifang, LI Fei, et al. Power transformer fault diagnosis based on improved GSA-SVM model[J]. *Smart Power*,2022,50(6):50-56.
- [20] 徐肖伟,钱国超,邹德旭,等.不同模型下变压器绕组漏磁场及短路力的比对研究[J]. *高压电器*,2016,52(5): 85-89+95.
- XU Xiaowei, QIAN Guochao, ZOU Dexu, et al. Comparison research on leakage magnetic field and short-circuit force of transformer windings under different models[J]. *High Voltage Apparatus*,2016,52(5):85-89+95.
- [21] 俞双恩,王宁,于智恒,等.DRAINMOD-S模型参数的全局灵敏度分析[J]. *水科学进展*,2015,26(2):271-278.
- YU Shuangen, WANG Ning, YU Zhiheng, et al. Global sensitivity analysis of parameters in DRAINMOD-S[J]. *Advances in Water Science*,2015,26(2):271-278.
- [22] WEI S S, LI Y G, GAO X H, et al. Multi-stage sensitivity analysis of distributed energy systems: a variance-based sobol method[J]. *Journal of Modern Power Systems and Clean Energy*,2020,8(5):895-905.
- [23] 伍也凡,刘浩田,肖振锋,等.考虑源—网—荷不确定性的增量配电网规划研究综述[J]. *电力系统保护与控制*, 2021,49(8):177-187.
- WU Yefan, LIU Haotian, XIAO Zhenfeng, et al. Review of incremental distribution network planning considering the uncertainty of source-network-load[J]. *Power System Protection and Control*,2021,49(8):177-187.
- [24] 李瑞芳,杜浩,李坤泉,等.三维地形的空间电场计算方法研究[J]. *高压电器*,2021,57(4):47-54.
- LI Ruifang, DU Hao, LI Kunquan, et al. Study on space electric field calculation method of 3D terrain[J]. *High Voltage Apparatus*,2021,57(4):47-54.

(上接第81页 = Continued from page 81)

- [15] LI Y W, KAO C. An accurate power control strategy for power electronics-interfaced distributed generation units operating in a low voltage multi bus microgrid[J]. *IEEE Transactions on Power Electronics*,2009,24(12):2977-2988.
- [16] 汤蕾,沈沉.大规模风电接入对电力系统暂态稳定性影响机理研究[J]. *电力科学与技术学报*,2014,29(4):25-33.
- TANG Lei, SHEN Chen. The impact of large-scale wind generation on power system transient stability[J]. *Journal of Electric Power Science and Technology*, 2014, 29(4): 25-33.
- [17] 高峰,黄鸣宇,乔颖.考虑低电压穿越能力的风火联运系统暂态稳定分析[J]. *电力科学与技术学报*,2015,30(4):40-47.
- GAO Feng, HUANG Mingyu, QIAO Ying. Transient stability analysis of wind fire combined transport system considering low-voltage ride through capability[J]. *Journal of Electric Power Science and Technology*, 2015, 30(4): 40-47.