

引用格式:郭挺,杨悦荣,徐良德,等.基于决策树的电网重要用户供电路径决策方法[J].电力科学与技术学报,2024,39(2):53-63.

Citation: GUO Ting, YANG Yuerong, XU Liangde, et al. Decision-making method of power supply path for critical loads based on decision tree[J]. Journal of Electric Power Science and Technology, 2024, 39(2): 53-63.

# 基于决策树的电网重要用户供电路径决策方法

郭挺<sup>1</sup>, 杨悦荣<sup>2</sup>, 徐良德<sup>1</sup>, 陈中豪<sup>1</sup>, 董红<sup>1</sup>,  
杨梓晴<sup>2</sup>, 林舜江<sup>2</sup>, 刘明波<sup>2</sup>

(1. 广东电网有限责任公司广州供电局, 广东广州 510600; 2. 华南理工大学电力学院, 广东广州 510640)

**摘要:** 广州等超大城市电网中 110 kV 网架接线主要为 3T 接线, 其运行方式多变, 对电网的规划和运行有很大影响。超大城市电网中存在着大量的重要用户, 其供电可靠性是安排电网运行方式的一个重要考虑因素。若安排的运行方式使得某些重要用户的供电路径汇集在同一元件, 就会大大降低重要用户的供电可靠性。基于此, 建立超大城市电网重要用户供电路径优化决策模型, 以最小化电网中 220 kV 线路的平均负载率为目标, 要求系统的每个重要用户都要满足多个供电路径来自最少 2 个不同的 220 kV 变电站。为了快速求解此混合整数非线性规划模型, 引入多变量决策树将模型转化成一个整数非线性规划问题, 再通过变量代换将其转化为一个整数线性规划问题, 实现快速准确求解。最后, 以广州电网实际数据为例, 验证所提优化决策模型和求解方法的可行性与有效性。

**关键词:** 重要用户; 供电路径; 3T 接线; 多变量决策树; 线路负载率

DOI: 10.19781/j.issn.1673-9140.2024.02.007 中图分类号: TM732 文章编号: 1673-9140(2024)02-0053-11

## Decision-making method of power supply path for critical loads based on decision tree

GUO Ting<sup>1</sup>, YANG Yuerong<sup>2</sup>, XU Liangde<sup>1</sup>, CHEN Zhonghao<sup>1</sup>, DONG Hong<sup>1</sup>,  
YANG Ziqing<sup>2</sup>, LIN Shunjiang<sup>2</sup>, LIU Mingbo<sup>2</sup>

(1. Guangzhou Power Supply Company, Guangdong Power Grid Co., Ltd., Guangzhou 510600, China; 2. School of Electric Power Engineering, South China University of Technology, Guangzhou 510640, China)

**Abstract:** The power grid of megacities like Guangzhou mainly adopts a 3T wiring configuration for its 110 kV network, and its operation modes are highly variable, significantly impacting power grid planning and operation. Given the presence of numerous critical users in the megacity power grid, their power supply reliability is a crucial factor in determining the operational approach. If the arranged operation mode concentrates the power supply paths of certain essential users on the same component, it can drastically reduce the reliability of power supply for these users. An optimized decision model for power supply paths of critical users in megacity power grids is hence established. The objective is to minimize the average load factor of 220 kV lines in the grid, with the requirement that each essential user must have multiple power supply paths originating from at least two different 220 kV substations. To solve this mixed-integer nonlinear programming model quickly, a multivariate decision tree to transform the model into an integer nonlinear programming problem is introduced; subsequently, it is converted into an integer linear programming problem through variable substitution, enabling fast and accurate solutions. Finally, the feasibility and effectiveness of the proposed optimized decision model and solution method are validated using actual data from the

收稿日期: 2023-03-24; 修回日期: 2023-04-27

基金项目: 南方电网公司科技项目 (GZHKJXM20210047)

通信作者: 林舜江 (1980—), 男, 博士后, 副研究员, 博士生导师, 主要从事新能源电力系统优化调度、综合能源系统优化调度、电压稳定分析与优化控制以及电力系统动态负荷建模等研究; E-mail: linshj@scut.edu.cn

Guangzhou power grid.

**Key words:** critical loads; power supply path; 3T wiring; multivariate decision tree; line load rate

随着负荷的增长和电网规模的扩大,在一些超大城市中,110 kV网架在电力传送环节中已经完全作为配电网使用<sup>[1-2]</sup>。目前,中国超大城市的110 kV电网的接线模式归纳起来主要有2种:3T接线和双链式接线<sup>[3-4]</sup>。接线方式的选择与城市电网发展的历史和偏好有关,作为传统超大城市的广州从20世纪80年代开始就已经在110 kV电网中探索和使用3T接线。3T接线对超大城市电网的规划建设 and 日常运行方式安排影响很大,如何对广州等超大城市电网中的3T接线进行数字化管理,在日常运行方式安排中自动识别潜在的重要用户不满足供电可靠性要求的风险,成为生产运行中一个亟待解决的问题。

目前,已有文献针对3T接线的特点进行了研究。文献[5]提出了110 kV电网3T接线应该遵循的一般原则,给出了导线截面的选取原则,对于优化110 kV电网接线、提高供电可靠性及减少工程投资等将产生积极影响;文献[6]针对目前110 kV电网存在的风险和不足,对3T和双回链式接线的技术进行了比较分析,并提出110 kV电网3T接线的优化改进方案;文献[7]对3T接线在内的高压配电网的可靠性进行了分析,并得出推荐的城市高压配电网接线方式;文献[8]采用供电能力概念,从可靠性和经济性相关联的角度对高压配电网的3T接线与其他典型接线进行比较分析;文献[9]对3T接线以及高压配电网一些其他典型接线的优缺点和现存问题进行总结,为未来高压配电网的网架构筑和规划提供指导。然而,目前对于3T接线的研究大多集中在3T接线的规划与建设,以及3T接线与其他典型接线的比较这2个方面,而对于3T接线的运行方式安排问题目前还鲜有研究。

另外,超大城市电网中存在着大量的重要用户,如政府机构、医院和应急指挥中心等,这些重要用户一旦停电将会带来巨大损失,甚至会造成不可估量的后果。因此,重要用户的供电路径决策是电网运行方式安排中需要重点关注的问题。而110 kV配电网3T接线的运行方式安排会直接影响到重要用户的供电路径。若运行方式安排不当,则有可能导致重要用户多个供电路径的上级电源集中在同一个220 kV变电站,这将大幅降低重要用户的供电可靠性。目前,重要用户供电路

径决策主要是基于传统分析方法以人工手动方式进行,决策结果过于依赖管理人员的个人经验水平,造成安排的运行方式质量无法闭环管理、人力效率整体不高,不利于重要用户的安全可靠供电。因此,研究重要用户供电路径的优化决策方法非常必要且很迫切。决策树是用于分类和回归问题的最流行算法之一,其结构简单,能够生成可解释的规则。目前,决策树在电力系统领域中已经有一些应用,其中大部分研究都集中在电力系统的规则提取<sup>[10-15]</sup>,若将其应用到重要用户供电路径的优化决策问题中,则有望快速获得满足供电可靠性要求的运行方式。

鉴于此,本文建立超大城市电网重要用户供电路径优化决策模型,以电网中110 kV配电网的3T接线开关投切作为决策变量,在保证重要用户的供电路径满足可靠性要求的同时,最小化线路的投切次数和电网的输电线路阻塞程度。并且,引入多变量决策树和变量代换法将供电路径优化决策模型转化为一个整数线性规划问题,从而实现快速准确求解。最后,通过广州电网的实际数据验证所提模型和算法的有效性和可行性。

## 1 电网重要用户供电路径决策模型

### 1.1 问题描述

目前,广州等超大城市电网中110 kV配电网主要采用3T接线。典型3T接线的特点表现为每个110 kV变电站有3台主变,高压侧不设置母线,采用线路变压器组的主接线。每台变压器T接至不同的110 kV线路上,而这些110 kV线路需要由不同的220 kV变电站进行供电<sup>[3]</sup>。3T接线的典型结构如图1所示。

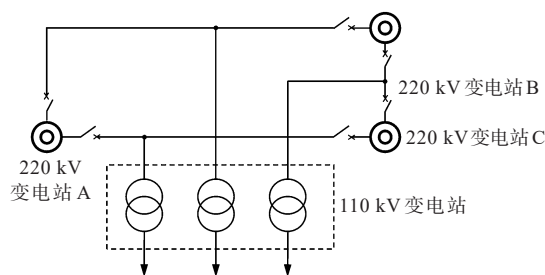


图1 3T接线的典型结构

Figure 1 Typical structure of 3T wiring

作为高压配网,110 kV 电网遵循“闭环设计,开环运行”的原则,即在设计上,110 kV 变电站主变 T 接的 110 kV 线路可由 2 个不同的 220 kV 变电站进行供电。而在运行的时候,为了避免形成电磁环网,同时限制短路电流,110 kV 变电站的主变只会由其中一个 220 kV 变电站进行供电,与另一侧 220 kV 变电站相连的线路则呈开路状态。但是,在电网日常运行中,110 kV 电网的运行方式经常会因规划、检修等要求而做出相应的改变。不同的运行方式有着不同的潮流分布和供电可靠性,因而选择何种运行方式在电网运行中是一个十分重要的问题<sup>[16-19]</sup>。然而,并不是所有的 110 kV 变电站都是按照 3T 接线典型结构配置的,在某些 110 kV 变电站中,可能还会有部分变压器是直接通过一条 110 kV 线路与单个 220 kV 变电站直接相连的,这些 110 kV 变电站的主变只能由固定的 220 kV 变电站进行供电。

本文主要关注不同运行方式下超大城市电网中各个重要用户的供电可靠性以及潮流分布问题。由于重要用户的失压停电可能会造成比较严重的损失,因此,需要有两回及以上的 10 kV 馈线进行供电。一般而言,给重要用户供电的多回馈线应当来自不同的 220 kV 变电站,从而保证供电的可靠性。然而,由于重要用户数量众多,加上同一条 110 kV 线路可能与多个重要用户相连,在运行方式修改时,有可能会造成某些重要用户的供电路径聚集在同一个 220 kV 变电站,一旦此变电站发生故障,重要用户将会失压停电从而造成严重损失。

如图 2 所示,重要用户分别由 110 kV 变电站 C 和 D 中各一台主变供电。变电站 C 的主变 T 接至 220 kV 变电站 A、B 之间,而变电站 D 直接连到 220 kV 变电站 A 上。若 110 kV 变电站 C 主变 T 接的 110 kV 线路由 220 kV 变电站 A 供电(图 2(a)),则此时给重要用户供电的 2 条供电路径都是由 220 kV 变电站 A 进行供电,当变电站 A 发生故障时,重要用户就会失压停电;若 110 kV 变电站 C 主变 T 接的 110 kV 线路由 220 kV 变电站 B 供电(图 2(b)),则此时给重要用户供电的 2 条供电路径分别来自 2 个不同的 220 kV 变电站,无论其中哪一个发生故障,另一个变电站都还能保持对重要用户的供电。因此,如何在电网运行方式改变时,仍然保证重要用户多个供电路径的上级电源不汇集于同一 220 kV 变电站是本文研究的一个问题。

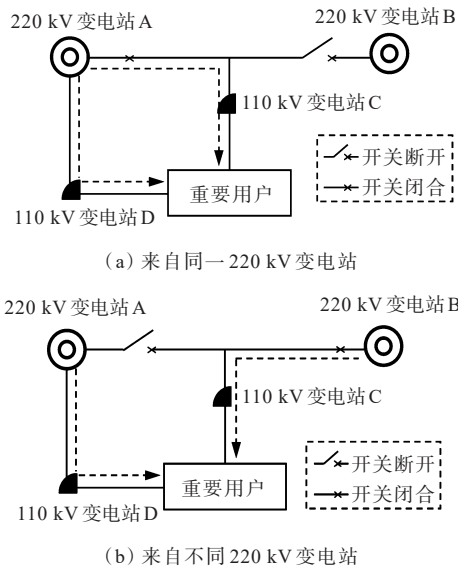


图 2 重要用户 2 个供电路径来源  
Figure 2 Two power supply paths convergence the same 220 kV substation

另外,110 kV 电网运行方式的改变也会造成潮流分布的改变,若在运行方式安排中使得多条 110 kV 线路都由同一 220 kV 变电站进行供电,则可能会造成该 220 kV 变电站的主变以及其连接的 220 kV 线路供电负载过大,出现输电阻塞的情况。因此,在保证重要用户的多个供电路径不汇集于同一 220 kV 变电站的前提下,所建超大城市电网重要用户供电路径决策模型使得 220 kV 线路的潮流尽量均匀,从而保证决策出来的电网运行方式在保证重要用户供电可靠性的同时,也不会出现输电阻塞的情况。

1.2 决策变量

模型的决策变量为 3T 接线的运行方式,即每个 T 接至 2 个不同 220 kV 变电站的 110 kV 线路,分别安排由某个 220 kV 变电站对其进行供电。对于第  $i$  条可调的 T 接 110 kV 线路,设置 2 个 0-1 变量  $x_i$  和  $y_i$  来表征其由哪个 220 kV 变电站对其进行供电。如图 3 所示,第  $i$  条可调的 T 接 110 kV 线路若由 220 kV 变电站 A 进行供电,则有  $x_i=1, y_i=0$ ;若由 220 kV 变电站 B 进行供电,则有  $x_i=0, y_i=1$ 。设电网中可调 T 接 110 kV 线路的数量为  $N$ ,则决策变量为  $x=[x_1, x_2, \dots, x_N], y=[y_1, y_2, \dots, y_N]$ 。

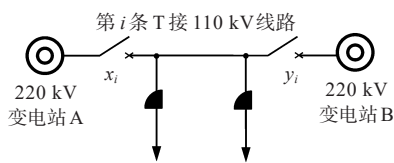


图 3 决策变量示意  
Figure 3 Two power supply paths convergence different 220 kV substations

### 1.3 目标函数

优化目标包括两部分:①系统 110 kV 的 T 接线路开关的动作次数应尽量少;②220 kV 侧线路的平均负载率应尽量低。因此建立目标函数:

$$\begin{cases} \min_{x,y} p_1 + Kp_2 \\ p_1 = -\sum_{i=1}^N (x_{0i}x_i + y_{0i}y_i) \\ p_2 = \frac{1}{N_{L(i,j) \in \Omega_{1,2}}} \sum \alpha_{ij} \end{cases} \quad (1)$$

式中, $p_1$ 为 110 kV 的 T 接线路开关的动作次数; $x_{0i}$ 、 $y_{0i}$ 分别为优化前  $x_i$ 、 $y_i$  的取值; $p_2$ 为 220 kV 线路的平均负载率; $K$ 为比例系数,用于平衡  $p_1$ 、 $p_2$  的数量级,使得  $p_1$ 、 $p_2$  在优化中都能发挥作用; $N_L$ 为 220 kV 线路的数量; $\Omega_{1,2}$ 为 220 kV 线路集合; $\alpha_{ij}$ 为节点  $i$ 、 $j$  之间 220 kV 线路的负载率,其计算公式为

$$\alpha_{ij} = \sqrt{P_{ij}^2 + Q_{ij}^2} / S_{ij\max} \quad (2)$$

式中, $P_{ij}$ 、 $Q_{ij}$ 分别为节点  $i$ 、 $j$  之间 220 kV 线路通过的有功、无功功率; $S_{ij\max}$ 为节点  $i$ 、 $j$  之间 220 kV 线路的传输容量上限。

### 1.4 约束条件

#### 1.4.1 功率平衡方程

本文只对 220 kV 级以上的节点以及 220 kV 变电站的 110 kV 侧母线列出功率平衡方程。110 kV 线路以及 110 kV 变电站对电网的影响体现在 220 kV 变电站的 110 kV 侧母线的负荷上。

$$\begin{cases} P_{si} - P_{Li} - e_i \sum_{j=1}^{N_B} (G_{ij}e_j - B_{ij}f_j) - \\ f_i \sum_{j=1}^{N_B} (G_{ij}f_j + B_{ij}e_j) = 0 \\ Q_{si} - Q_{Li} - f_i \sum_{j=1}^{N_B} (G_{ij}e_j - B_{ij}f_j) + \\ e_i \sum_{j=1}^{N_B} (G_{ij}f_j + B_{ij}e_j) = 0 \end{cases} \quad (3)$$

式中, $P_{si}$ 、 $Q_{si}$ 分别为节点  $i$  的注入有功、无功功率; $P_{Li}$ 、 $Q_{Li}$ 分别为节点  $i$  的有功、无功负荷; $N_B$ 为系统中 220 kV 级以上的节点和 220 kV 变电站的 110 kV 侧母线的总数量; $e_i$ 、 $f_i$ 分别为节点  $i$  的电压实部、虚部; $G_{ij}$ 、 $B_{ij}$ 分别为节点导纳矩阵中第  $i$  行  $j$  列元素的实部、虚部。

对于 220 kV 变电站的 110 kV 侧节点负荷的计算公式为

$$\begin{cases} P_{Li} = P_{Li0} + \sum_{j \in S_i} (x_j \Delta P_{Lj,x} + y_j \Delta P_{Lj,y}) \\ Q_{Li} = Q_{Li0} + \sum_{j \in S_i} (x_j \Delta Q_{Lj,x} + y_j \Delta Q_{Lj,y}) \end{cases} \quad (4)$$

式中, $P_{Li0}$ 、 $Q_{Li0}$ 分别为节点  $i$  处原有的有功、无功负荷,即节点  $i$  处不可调的负荷; $S_i$ 为与 220 kV 变电站的 110 kV 侧节点  $i$  相连的 110 kV 的 3T 线路集合; $\Delta P_{Lj,x}$ 为 3T 线路  $j$  在  $x_j=1$  时给节点  $i$  带来的有功负荷, $\Delta P_{Lj,y}$ 、 $\Delta Q_{Lj,x}$ 、 $\Delta Q_{Lj,y}$  的意义类似。

#### 1.4.2 T 接线路的决策变量约束

T 接线路只能选择两端 220 kV 变电站中的一个对其进行供电,则决策变量需满足以下约束:

$$x_i + y_i = 1, x_i \in \{0, 1\}, y_i \in \{0, 1\} \quad (5)$$

#### 1.4.3 220 kV 线路负载率约束

若 220 kV 线路的负载率过高,则该线路所留有的输电裕度就会比较小。当负荷发生波动时,有可能造成该线路的输电功率达到传输容量上限,进而造成故障风险。因此,220 kV 线路的负载率不能超过安全运行限制,即

$$\alpha_{ij} \leq \alpha_{\max}, (i, j) \in \Omega_{1,2} \quad (6)$$

#### 1.4.4 重要用户的供电可靠性约束

对于重要用户,应对其供电的所有 10 kV 馈线的供电路径溯源,要求不能来自同一个 220 kV 变电站。对重要用户的数据进行遍历搜索,得出所有可能出现供电路径汇集的重要用户,以及其供电路径可能汇集的 220 kV 变电站。只要针对这些可能出现汇集的情况通过引入约束条件规避其出现,即可保证每个重要用户的多个供电路径都不会在同一个 220 kV 变电站汇集。

如图 4 所示, $x_1$  和  $y_1$ 、 $x_2$  和  $y_2$  分别为 T 接线路 1、2 上的一对互斥开关,可以看出,若  $x_1$  闭合、 $y_1$  打开,重要用户 1 的供电路径将会在 220 kV 变电站 A 汇集,若要规避这种情况,则需要加入约束:

$$x_1 + 1 < 2 \quad (7)$$

其中,1 表示该重要用户有 1 条不可调线路(经过 110 kV 变电站 D)连到 220 kV 变电站 A;2 代表该重要用户有 2 条 10 kV 馈线进行供电。该约束的意义是,重要用户 1 连到 220 kV 变电站 A 的供电路径要小于向该重要用户供电的所有 10 kV 馈线的数量,以保证至少还有一个其他 220 kV 变电站为该重要用户供电。

同理,对于重要用户 2 而言,若  $x_1$  打开、 $y_1$  闭合且  $x_2$  打开、 $y_2$  闭合,重要用户 2 的供电路径将会在 220 kV 变电站 B 汇集,为了规避这种情况,需要加入约束:

$$y_1 + y_2 + 0 < 2 \quad (8)$$

其中,0 表示该重要用户没有不可调线路连到 220

kV 变电站 B;2 代表该重要用户有 2 条 10 kV 馈线进行供电。该约束的意义是,重要用户 2 连接 220 kV 变电站 B 的供电路径要小于向该重要用户供电的所有 10 kV 馈线的数量。

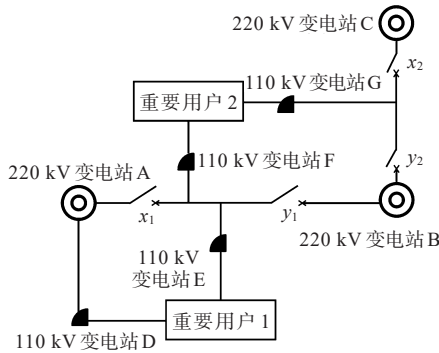


图 4 重要用户的供电可靠性约束示意

Figure 4 Schematic diagram of power supply reliability constraints for critical loads

在优化计算前,可先遍历搜索各个重要用户的供电路径有可能在哪些 220 kV 变电站汇集。假定可能出现汇集情况组成的集合为  $S_c$ ,为规避出现某个重要用户的多个供电路径在同一个 220 kV 变电站汇集的情况,可列出约束:

$$Cx + Dy + b < h \quad (9)$$

式中,  $C, D$  为  $N_c \times N$  的矩阵,  $N_c$  为集合  $S_c$  的元素个数,  $C, D$  表示重要用户与 220 kV 变电站的连接关系矩阵,其每一行代表一种重要用户的供电路径汇集到同一个 220 kV 变电站的情况。若在第  $s$  种情况,第  $i$  个可调 T 接线路在  $x_i=1$  时可能出现汇集,则  $C(s, i)=1$ ;同理,第  $i$  个可调 T 接线路在  $y_i=1$  时可能出现汇集,则  $D(s, i)=1$ 。  $b$  为  $N_c \times 1$  维向量,其第  $s$  行元素为对应情况下重要用户到 220 kV 变电站之间不可调的线路数量;  $h$  为  $N_c \times 1$  维向量,其第  $s$  行元素为对应重要用户的供电 10 kV 馈线的数量。

约束式(9)的意义是,在某种存在重要用户的多个供电路径可能汇集到同一个 220 kV 变电站的情况下,约束其汇集到同一个 220 kV 变电站的供电路径数量要小于其所有供电路径的数量,从而保证重要用户至少还有另外一条供电路径来自其他的 220 kV 变电站。因此,式(1)~(6)、(9)构成了超大城市电网重要用户供电路径优化决策模型,可以看出,该模型是一个复杂的混合整数非线性规划(mixed integer nonlinear programming, MINLP)问题,此类问题的求解时间长且难度大,目前现有的商用求解器还难以很好地解决这类问题。因此,本文引入多变量决策树将上述模型进行转

化,将其转化为一个整数线性规划(integer linear programming, ILP)问题,从而实现快速准确的求解。

## 2 模型的转化和求解

### 2.1 决策树

决策树代表的是属性值与对象值之间的一种映射关系。在单变量决策树中,每个节点表示某个对象,而每个分叉路径则代表某个可能的属性值,每个叶节点则对应从根节点到该叶节点所经历的路径所表示对象的值。决策树本质上描述的是一个映射关系,以一个二元映射  $y=f(x_1, x_2)$  为例,其可以由一个单变量决策树进行描述,如图 5(a)所示,其中  $s_1 \sim s_4$  表示不同的对象值。然而,单变量决策树每次的分岔值选取一个属性进行划分,因此,其决策的边界是由若干个与坐标轴平行的直线组成的。而在实际应用中,划分的边界往往是不平行于坐标轴的,如图 5(b)所示。若仍然使用单变量决策树,一方面会造成叶节点过多的问题,给后续的优化问题求解带来很大计算量;另一方面,单变量决策树容易出现过拟合问题,使得问题求解结果的精度降低。因此,引入多变量决策树描述映射关系,以降低计算量和提高计算精度,所采用的多变量决策树训练方法参见文献[20]。

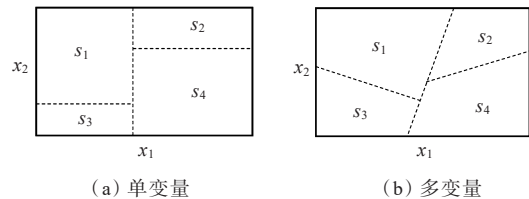


图 5 二元单、多变量决策树

Figure 5 Binary univariate and multivariate decision trees

### 2.2 基于多变量决策树的模型转化

在所提超大城市电网重要用户供电路径优化决策模型中,重要用户的供电可靠性约束式(9)与其他约束独立,直接与决策变量  $x$  和  $y$  相关;同样的,目标函数中的  $p_1$  项也是直接与决策变量  $x$  和  $y$  相关。因此,对模型中其他部分的转化不会影响重要用户的供电可靠性约束式(7)以及目标函数中的  $p_1$  项。而整个问题的非线性主要来自目标函数中 220 kV 线路的负载率  $\alpha_{ij}$  以及功率平衡方程式(3)。因此,通过多变量决策树将该部分转化为目标函数中的线性项以及线性约束。

将约束(6)转化为

$$M = \max_{(i,j) \in \Omega_{12}} \alpha_{ij} \leq \alpha_{\max} \quad (10)$$

其中,  $M$  为线路的最大负载率。从模型式(1)~(6)、(9)可以看出, 决策变量  $x, y$  通过影响 220 kV 变电站 110 kV 侧母线上的负荷而影响潮流分布, 从而影响目标函数中的  $p_2$  以及约束式(10)。因此, 只需直接获取决策变量  $x, y$  与 220 kV 线路平均负载率  $p_2$  的关系  $p_2 = f(x, y)$ , 以及  $x, y$  与最大线路负载率  $M$  之间的关系  $M = g(x, y)$ , 即可将整个重要用户供电路径优化决策模型转化为

$$\begin{cases} \min_{x,y} - \sum_{i=1}^N (x_{0i}x_i + y_{0i}y_i) + Kf(x, y) \\ \text{s.t.} \begin{cases} Cx + Dy + b \leq h - 1 \\ g(x, y) \leq \alpha_{\max} \\ x, y \in \{0, 1\} \end{cases} \end{cases} \quad (11)$$

其中, 只要  $f, g$  为关于  $x, y$  的线性函数, 式(11)就会化成一个混合整数线性规划模型, 从而实现快速准确求解。本文将通过多变量决策树求取关于  $x, y$  的线性函数  $f, g$ 。

在决策树中, 因对象值只取离散值, 故需要将  $p_2$  和  $M$  先离散化。由于  $p_2$  和  $M$  都是百分值, 其取值范围为  $[0, 1]$ , 故本文将以 2% 作为一个档位, 将  $p_2$  和  $M$  分别离散化为 51 个不同的类。将决策变量  $x, y$  看作是决策树中的属性值, 而离散化后  $p_2, M$  看作是对象值, 即可通过多变量决策树的算法, 训练出关于  $p_2 = f(x, y), M = g(x, y)$  的多变量决策树。然而, 该多变量决策树是由一系列的分类规则构成的复杂关系, 需要进一步转化。

### 2.3 多变量决策树转化为约束

将  $p_2 = f(x, y), M = g(x, y)$  的多变量决策树转化为关于决策变量  $x, y$  的线性约束, 从而将模型式(11)转化为混合整数线性规划问题。多变量决策树如图 6 所示。

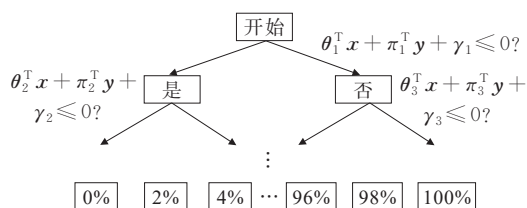


图 6 多变量决策树

Figure 6 Schematic diagram of a multivariate decision tree

在多变量决策树中, 每一个叶节点都对应着一个属性值。假设最终训练出来的  $p_2 = f(x, y)$  多变量

决策树共有  $E$  个叶节点, 则可以通过引入一系列的 0-1 变量  $s_1, s_2, \dots, s_E$ , 用于描述决策变量  $x, y$  处于多变量决策树上的某个叶节点。由于最终  $x, y$  只能处于一个叶节点, 因此有以下约束:

$$\sum_{e=1}^E s_e = 1, s_e \in \{0, 1\} \quad (12)$$

对于  $p_2 = f(x, y)$ , 假定从根节点到叶节点  $e$  共经过  $R$  个划分超平面。由于叶节点在某一个划分超平面处的划分准则总可以写成小于等于 0 的形式, 因此, 假定任意一个叶节点在任意一个划分超平面处的划分准则总是取小于等于号。假设  $p_2 = f(x, y)$  在第  $r$  个划分超平面处需要满足:

$$\theta_{e,r}^T x + \pi_{e,r}^T y + \gamma_{e,r} \leq 0 \quad (13)$$

式中,  $\theta_{e,r}, \pi_{e,r}, \gamma_{e,r}$  分别为第  $e$  个叶节点的第  $r$  个划分超平面中变量  $x, y$  和常数项的系数, 则对于该划分超平面有

$$s_e (\theta_{e,r}^T x + \pi_{e,r}^T y + \gamma_{e,r}) \leq 0 \quad (14)$$

其中, 若  $s_e = 1$ , 则代表最终决策变量  $x, y$  落在该叶节点处, 此时决策变量  $x, y$  需要满足该叶节点所经过的所有划分超平面约束; 若  $s_e = 0$ , 则代表最终决策变量  $x, y$  未落在该叶节点处, 此时对应的划分超平面约束全部不生效。因此, 式(14)可以准确表示  $p_2 = f(x, y)$  对应决策树的映射关系。

此时, 目标函数可以写成以下形式:

$$\min_{x,y,s} - \sum_{i=1}^N (x_{0i}x_i + y_{0i}y_i) + K \sum_{e=1}^E p_e s_e \quad (15)$$

式中,  $p_e$  为第  $e$  个叶节点所对应的对象值。

同理, 假定  $M = g(x, y)$  的多变量决策树共有  $F$  个叶节点, 引入 0-1 变量  $u_1, u_2, \dots, u_F$  来描述控制变量  $x, y$  处于多变量决策树上的某个叶节点, 则可以写出  $M = g(x, y)$  对应的约束:

$$u_f (\lambda_{f,r}^T x + \rho_{f,r}^T y + \eta_{f,r}) \leq 0 \quad (16)$$

式中,  $\lambda_{f,r}, \rho_{f,r}, \eta_{f,r}$  分别为第  $f$  个叶节点的第  $r$  个划分超平面中变量  $x, y$  和常数项的系数。

0-1 变量  $u_1, u_2, \dots, u_F$  需要满足:

$$\sum_{f=1}^F u_f = 1, u_f \in \{0, 1\} \quad (17)$$

对应地, 约束式(10)可写为

$$\sum_{f=1}^F q_f u_f \leq \alpha_{\max} \quad (18)$$

式中,  $q_f$  为第  $f$  个叶节点所对应的对象值。

因此, 优化模型式(11)具体可以写成以下形式:

$$\left\{ \begin{array}{l} \min_{x,y,s} -\sum_{i=1}^N (x_{0i}x_i + y_{0i}y_i) + K \sum_{e=1}^E p_e s_e \\ \quad \left\{ \begin{array}{l} Cx + Dy + b \leq h - 1 \\ \sum_{f=1}^F q_f u_f \leq \alpha_{\max} \\ s_e (\theta_{e,r}^T x + \pi_{e,r}^T y + \gamma_{e,r}) \leq 0 \\ u_f (\lambda_{f,r}^T x + \rho_{f,r}^T y + \eta_{f,r}) \leq 0 \end{array} \right. \\ \text{s.t.} \left\{ \begin{array}{l} \sum_{e=1}^E s_e = 1 \\ \sum_{f=1}^F u_f = 1 \\ x, y, s, u \in \{0, 1\} \end{array} \right. \end{array} \right. \quad (19)$$

其中,多变量决策树被转化为带0-1变量的非线性约束,整个问题从一个混合整数非线性规划问题转化为一个整数非线性规划问题。然而,式(19)中仍然存在非线性约束,影响模型的求解速度,并且有可能陷入局部最优。

## 2.4 基于变量代换的模型转化

通过变量代换将式(19)从一个整数非线性规划转化成一个整数线性规划,从而调用求解器实现快速准确的求解。约束式(14)可以转化为

$$\theta_{e,r}^T \tau_e + \pi_{e,r}^T \kappa_e + \gamma_{e,r} s_e \leq 0 \quad (20)$$

其中,  $\tau_e = [\tau_{e,1}, \tau_{e,2}, \dots, \tau_{e,N}]$ ,  $\kappa_e = [\kappa_{e,1}, \kappa_{e,2}, \dots, \kappa_{e,N}]$ ,  $\tau_{e,k} = s_e x_k$ ,  $\kappa_{e,k} = s_e y_k$ 。由于  $s_e, x_k$  均为0-1变量,故  $\tau_{e,k}, \kappa_{e,k}$  也是0-1变量,因此,式(20)为关于0-1变量的线性约束。然而,  $\tau_{e,k} = s_e x_k$  并不是关于0-1变量线性约束,因此需要将其进一步转化为

$$\left\{ \begin{array}{l} \tau_{e,k} \leq s_e \\ \tau_{e,k} \leq x_k \\ s_e + x_k - 1 \leq \tau_{e,k} \end{array} \right. \quad (21)$$

同理,  $\kappa_{e,k} = s_e y_k$  也可转化为

$$\left\{ \begin{array}{l} \kappa_{e,k} \leq s_e \\ \kappa_{e,k} \leq y_k \\ s_e + y_k - 1 \leq \kappa_{e,k} \end{array} \right. \quad (22)$$

相同的,约束式(16)可等价替换为

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda_{f,r}^T \varphi_f + \rho_{f,r}^T \epsilon_f + \eta_{f,r} u_f \leq 0 \\ \varphi_{f,k} \leq u_f, \varphi_{f,k} \leq x_k, u_f + x_k - 1 \leq \varphi_{f,k} \\ \epsilon_{f,k} \leq u_f, \epsilon_{f,k} \leq y_k, u_f + y_k - 1 \leq \epsilon_{f,k} \end{array} \right. \quad (23)$$

式中,  $\varphi_f = [\varphi_{f,1}, \varphi_{f,2}, \dots, \varphi_{f,N}]$ ,  $\epsilon_f = [\epsilon_{f,1}, \epsilon_{f,2}, \dots, \epsilon_{f,N}]$ ,  $\varphi_{f,k} = u_f x_k$ ,  $\epsilon_{f,k} = u_f y_k$ 。

因此,优化模型式(19)可以转化为

$$\left\{ \begin{array}{l} \min_{x,y,s} -\sum_{i=1}^N (x_{0i}x_i + y_{0i}y_i) + K \sum_{e=1}^E p_e s_e \\ \quad \left\{ \begin{array}{l} Cx + Dy + b \leq h - 1 \\ \sum_{f=1}^F q_f u_f \leq \alpha_{\max} \\ \theta_{e,r}^T \tau_e + \pi_{e,r}^T \kappa_e + \gamma_{e,r} s_e \leq 0 \\ \tau_{e,k} \leq s_e, \tau_{e,k} \leq x_k, s_e + x_k - 1 \leq \tau_{e,k} \\ \kappa_{e,k} \leq s_e, \kappa_{e,k} \leq y_k, s_e + y_k - 1 \leq \kappa_{e,k} \\ \lambda_{f,r}^T \varphi_f + \rho_{f,r}^T \epsilon_f + \eta_{f,r} u_f \leq 0 \\ \varphi_{f,k} \leq u_f, \varphi_{f,k} \leq x_k, u_f + x_k - 1 \leq \varphi_{f,k} \\ \epsilon_{f,k} \leq u_f, \epsilon_{f,k} \leq y_k, u_f + y_k - 1 \leq \epsilon_{f,k} \end{array} \right. \\ \text{s.t.} \left\{ \begin{array}{l} \sum_{e=1}^E s_e = 1 \\ \sum_{f=1}^F u_f = 1 \\ x, y, s, u \in \{0, 1\} \end{array} \right. \end{array} \right. \quad (24)$$

可见,优化模型式(24)为一个ILP模型,可以直接采用成熟的商业优化软件GAMS中的CPLEX求解器进行快速求解,以得到特大城市电网重要用户供电路径的优化决策方案。

## 3 算例分析

本文以2022年广州电网数据进行仿真计算。系统中共有9个500 kV、69个220 kV以及312个110 kV变电站;系统中有重要用户256个,包括3个特级、94个一级以及159个二级用户。

### 3.1 重要用户的分类

首先对广州电网中的重要用户进行分类,广州电网中的重要用户主要分为三大类:无风险、有风险可调和有风险不可调用户。无风险用户指的是,无论110 kV的T接线路如何安排上级电源,均不会出现多个供电路径在同一个220 kV变电站汇集的重要用户,此类重要用户无需在优化模型中考虑。有风险不可调用户指的是,有可能出现供电路径汇集在同一个220 kV变电站且上级电源无法调整的负荷,对于该类负荷,其供电路径汇集在同一个220 kV变电站且无法调整,若该220 kV变电站失压停电,则重要用户就会中断供电。有风险可调用户指的是,有可能出现供电路径汇集在同一个220 kV变电站,且可以通过T接线路的运行方式安排规避汇集情况的重要用户。广州电网的重要用户分类结果如表1所示。

表1 广州电网重要用户分类结果

Table 1 Classification results of critical loads in Guangzhou power grid

用户等级	无风险用户	有风险可调用户	有风险不可调用户	总数
特级	0	3	0	3
一级	39	37	18	94
二级	47	72	40	159
总数	87	112	58	256

由表1可以看出,在广州电网的256个重要用户中,只有34%是没有供电路径汇集风险的。有风险不可调用户的占比为22%,对于该部分有风险不可调用户,按照现有的广州电网网架是无法通过调整运行方式的方法来防止其供电路径汇集至同一个220 kV变电站的,因此,只能通过未来规划的方法改变重要用户的接线方式,从而规避这种多个供电路径汇集的情况。有风险可调用户的占比为44%,这些有风险可调用户即是本文所需要优化决策其供电路径的重要用户。

3.2 优化计算结果分析

给定220 kV线路的最大负载率 $\alpha_{max}=65\%$ ,比例系数K为15。采用CPLEX求解器对ILP模型式(24)进行求解。

优化决策前、后广州电网的局部网架如图7所示。在该局部网架中,包含4个可调的T接线路,其可以选择的上级电源如表2所示。该局部电网中含有7个可调的重要用户,其供电路径可能汇集的220 kV变电站以及发生供电路径汇集时的供电路径如表3所示。

以重要用户II为例,当T接线路1、3均选择由220 kV变电站D进行供电,此时由于多条T接线路选择由220 kV变电站D进行供电,则会出现重要用户II的3条供电路径都来自220 kV变电站D,当D发生故障时,该重要用户则会完全失去电源而停电,造成严重损失。从表3可以看出,在安排运行方式时,该局部网架中的所有重要用户都有可能出现多个供电路径汇集在同一个220 kV变电站的情况,因而需要对重要用户的供电路径进行优化。优化后该局部网架中的T接线路所选择的上级电源见表2,优化后所有重要用户的供电路径如表4所示,可以看出,优化后该局部网架中的4条T接线路均由不同的220 kV变电站供电,这使得整个电网的供电电源尽量地分散,从而避免出现供电路径汇集的问题。

同样以重要用户II为例,此时由于T接线路1选择由220 kV变电站B供电,T接线路3选择由220 kV变电站E供电,因此,重要用户II所接在这2条T接线路上的供电路径分别被分散到了220 kV变电站B和E上,从而避免了其所有供电路径都汇集在220 kV变电站D的情况。由表3可以看出,优化后该局部电网中所有重要用户的多个供电路径都被分散到了不同的220 kV变电站中,提高了重要用户的供电可靠性。这表明所提出的模型和求解方法能够有效地满足重要用户供电可靠性要求的运行方式。

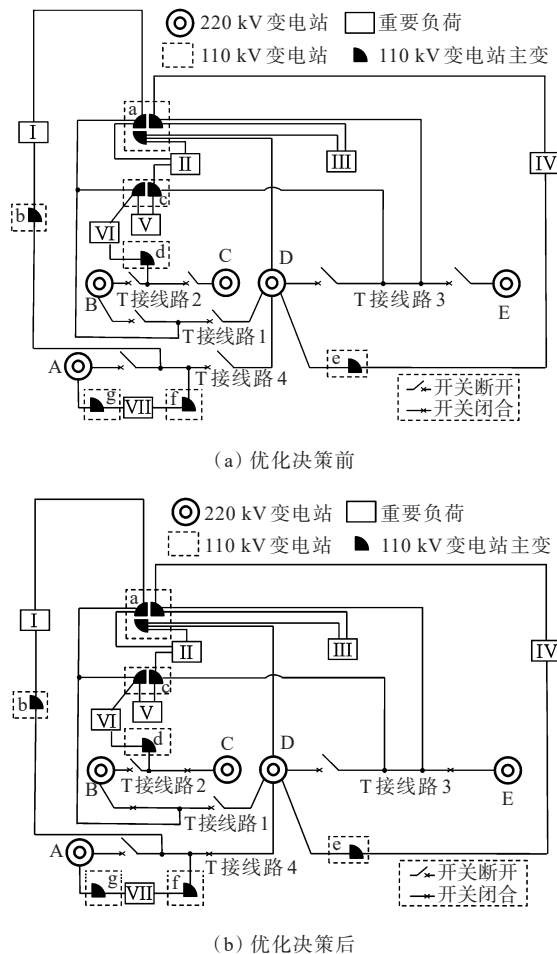


图7 优化决策前、后的广州电网局部网架

Figure 7 Partial grid frame of Guangzhou power grid before and after optimization decision-making

表2 广州电网局部网架中T接线路的上级电源

Table 2 Power sources of T-connection lines in partial grid frame of Guangzhou power grid

T接线路	上级电源		T接线路	上级电源	
	可选择	优化决策后		可选择	优化决策后
1	B、D	B	3	D、E	E
2	B、C	C	4	A、D	D



表 3 广州电网局部网架重要用户的供电路径汇集情况

Table 3 Convergence results of power supply paths for critical loads in partial grid frame of Guangzhou power grid

重要用户	可能汇集的 220 kV 变电站	汇集时的供电路径
I	D	D→T 接线路 1→变电站 a→重要用户 I
		D→T 接线路 4→变电站 b→重要用户 I
II	D	D→T 接线路 3→变电站 c→重要用户 II
		D→T 接线路 1→变电站 a→重要用户 II D→变电站 a→重要用户 II
III	D	D→T 接线路 3→变电站 a→重要用户 III
		D→变电站 a→重要用户 III
IV	D	D→T 接线路 3→变电站 a→重要用户 IV
		D—变电站 e→重要用户 IV
V	D	D→T 接线路 1→变电站 c→重要用户 V
		D→T 接线路 3→变电站 c→重要用户 V
VI	B	B→T 接线路 2→变电站 d→重要用户 VI
		B→T 接线路 1→变电站 c→重要用户 VI
VII	A	A→变电站 g→重要用户 VII
		A→T 接线路 4→变电站 f→重要用户 VII

表 4 优化后的重要用户的供电路径

Table 4 Optimized power supply path for critical loads

重要用户	上级 220 kV 变电站	供电路径
I	B	B→T 接线路 1→变电站 a→重要用户 I
	D	D→T 接线路 4→变电站 b→重要用户 I
II	D	D→变电站 a→重要用户 II
	B	B→T 接线路 1→变电站 a→重要用户 II
	E	E→T 接线路 3→变电站 c→重要用户 II
III	D	D→变电站 a→重要用户 III
	E	E→T 接线路 3→变电站 a→重要用户 III
IV	E	E→T 接线路 3→变电站 a→重要用户 IV
	D	D→变电站 e→重要用户 IV
V	B	B→T 接线路 1→变电站 c→重要用户 V
	E	E→T 接线路 3→变电站 c→重要用户 V
VI	B	B→T 接线路 1→变电站 c→重要用户 VI
	C	C→T 接线路 2→变电站 d→重要用户 VI
VII	A	A→变电站 g→重要用户 VII
	D	D→T 接线路 4→变电站 f→重要用户 VII

现行及优化后运行方式下系统中的 220 kV 线路负载率对比如表 5 所示,可以看出,在优化决策后,220 kV 线路的平均负载率比现行运行方式下的更小。这是由于优化决策后容量更大的线路承担了更多的功率传输任务,减轻了容量小的线路的功率传输负担,从而实现线路传输功率按照其传输容量的大小进行分配,降低了全网 220 kV 线路的平均负载率。而对于 220 kV 线路的最大负载率,在现行运行方式下,线路最大负载率超过了给定的  $\alpha_{max}$ ,这表明此时的系统出现了局部潮流堵塞的情况,由于供电路径过于集中,使得某些变电站以及其附近的线路承担了大量的功率传输任务,给系统的安全运行带来了风险。而优化决策后系统 220 kV 线路的最大负载率仅为 63.87%,小于给定的  $\alpha_{max}$ ,这表明优化后系统的供电电源更加分散,提高了系统的供电可靠性。

表 5 220 kV 线路负载率的结果对比

Table 5 Comparison of 220 kV line load rate

运行方案	平均负载率/%	最大负载率/%
现行	45.88	83.15
优化后	41.93	63.87

综上所述,所提超大城市电网重要用户供电路径优化决策模型和求解方法,得到的运行方式能够在保证所有可调重要用户供电可靠性的同时,使得整个网络的供电电源尽量分散,220 kV 线路的负载也更加均匀。

### 3.3 算法性能对比

通过对比原模型式(1)~(6)、(9),多变量决策树转化后的整数非线性规划模型式(19)以及变量代换转化后的整数线性规划模型式(24)求解的计算结果和计算时间如表 6 所示,其中原模型和模型式(19)均采用 GAMS 软件中的 SBB 求解器进行求解。

表 6 3 种模型的计算结果和时间对比

Table 6 Comparison results of computation and time consuming of the three models

比较项	线路负载率/%		计算时间/s
	平均	最大	
原模型	42.16	41.93	41.93
决策树转化后模型式(19)	64.33	63.87	63.87
变量代换转化后模型式(24)	487.27	257.33	8.51

由表 6 可以看出,原模型和决策树转化后的模型优化后得到的线路平均负载率和线路最大负载

率均比较接近,这表明所提出的决策树转化方法可以比较准确地将原模型转化为较为简单的整数非线性规划模型,为后续的转化奠定基础。而变量代换前、后的模型所计算得到的最优解对应的线路平均负载率和线路最大负载率是一致的,这是因为该变量代换方法为等价代换,转化前、后的模型在数学上是等价的,因此计算得到的最优解是一致的。

在计算时间上,由于原模型为一个复杂的MINLP问题,其求解时间最长,为487.27 s。通过决策树转化后的模型是一个整数非线性规划的模型,已经不再有连续变量,其规模比原模型的小,计算时间降为257.33 s,求解时间仍较长。而对决策树转化后的模型再通过变量代换转化后得到的模型,其求解时间仅为8.51 s。这是因为通过变量代换转化后的模型为一个ILP模型,可以调用CPLEX求解器快速求解。这表明了所提方法的高效性,能够大大提高原问题的求解效率,具有较高的实用性。

## 4 结语

本文提出了超大城市电网重要用户供电路径优化决策模型和求解方法,并通过广州电网实际数据算例的分析得到了以下结论:

1) 所建立的超大城市电网重要用户供电路径优化决策模型,能够获得满足重要用户的供电可靠性约束,且220 kV线路最大负载率不超过给定阈值的供电路径优化决策方案;

2) 通过多变量决策树转化和变量代换,可以将原模型从复杂的MINLP模型转化成简单的ILP模型,大大提高了模型求解的准确性和计算效率。

### 参考文献:

- [1] 彭卉,曾锐,杜飘,等.考虑自备投配置策略的城市高压配网典型接线可靠性分析[J].自动化与仪器仪表,2017(8):189-193.  
PENG Hui,ZENG Rui,DU Piao,et al.Reliability analysis of typical connection modes in HV distribution network based on automatic switchover[J]. Automation & Instrumentation,2017(8): 189-193.
- [2] 和敬涵,邓晓洋,苗友忠,等.考虑高压配网接线方式的综合电网可靠性评估[J].电网技术,2017,41(4):192-200.  
HE Jinghan, DENG Xiaoyang, MIAO Youzhong, et al. Reliability evaluation of integrated power systems considering connection modes of HV distribution network[J]. Power System Technology,2017,41(4): 1204-1212.
- [3] 万国成,邓丰强,张勇军.特大城市两种高压配网典型接线可靠性比较研究[J].电力系统保护与控制,2021,49(6):174-180.  
WAN Guocheng, DENG Fengqiang, ZHANG Yongjun. Comparative research on typical wiring reliability of two high voltage distribution networks in a megacity[J]. Power System Protection and Control, 2021, 49(6): 174-180.
- [4] 范宏,丁会凯,周利俊,等.城市电网中110 kV电网接线模式的经济性比较[J].华东电力,2013,41(4):689-693.  
FAN Hong, DING Huikai, ZHOU Lijun, et al. Economic comparison of 110 kV network connection modes in urban grid[J]. East China Electric Power, 2013, 41(4): 689-693.
- [5] 万国成,刘文革,陈盛燃,等.110 kV电网3T接线相关问题研究[J].电网技术,2007,31(S2):360-362.  
WAN Guocheng, LIU Wenge, CHEN Shengran, et al. Study on pertinent issues of 3T-conection mode of the 110 kV power grid[J]. Power System Technology, 2007, 31(S2): 360-362.
- [6] 王玲.浅析110 kV电网优化[J].水电能源科学,2010,28(4):139-141.  
WANG Ling. Research on 110 kV power grids optimization[J]. Water Resources and Power, 2010, 28(4): 139-141.
- [7] 许可,鲜杏,程杰,等.城市高压配电网典型接线的可靠性经济分析[J].电力科学与工程,2015,31(7):12-18.  
XU Ke, XIAN Xing, CHENG Jie, et al. Reliability-economic analysis of typical connection modes of urban high-voltage distribution network[J]. Electric Power Science and Engineering, 2015, 31(7): 12-18.
- [8] 葛少云,郭寅昌,刘洪,等.基于供电能力计算的高压配电网接线模式分析[J].电网技术,2014,38(2):405-411  
GE Shaoyun, GUO Yinchang, LIU Hong, et al. Load supply capability based analysis of HV distribution network connection mode[J]. Power System Technology, 2014, 38(2): 405-411
- [9] 刘迪燊.城市高压配电网典型接线形式及其适应性研究[D].广州:华南理工大学,2013.  
LIU Dishen. Research on connection modes of urban high voltage distribution network and its adaptability[D]. Guangzhou: South China University of Technology, 2013.
- [10] 刘雁文,胡炎,邵能灵.基于决策树的智能变电站运维专家系统规则提取方法[J].电力科学与技术学报,2019,34(1):123-128.  
HU Yanwen, HU Yan, TAI Nengling. Rule extraction method of operation and maintenance expert system for

- an intelligent substation based on the decision tree[J]. Journal of Electric Power Science and Technology,2019,34(1):123-128.
- [11] 刘瑾,赵晶,冯瑛敏,等.基于梯度提升决策树的电力物联网用电负荷预测[J].智慧电力,2022,50(8):46-53.  
LIU Jin, ZHAO Jing, FENG Yingmin, et al. Power load forecasting in power internet of things based on gradient boosting decision tree[J]. Smart Power,2022,50(8):46-53.
- [12] 颜少伟,李卓,万凯,等.基于决策树的多电压等级电网故障恢复最优重构算法[J].信息技术,2022,46(11):183-188.  
YAN Shaowei, LI Zhuo, WAN Kai, et al. Optimal reconfiguration algorithm for fault recovery of multi voltage level power grid based on decision tree[J]. Information Technology,2022,46(11):183-188.
- [13] 张国治,陈康,方荣行,等.基于DGA与鲸鱼算法优化LogitBoost-决策树的变压器故障诊断方法[J].电力系统保护与控制,2023,51(7):63-72.  
ZHANG Guozhi, CHEN Kang, FANG Rongxing, et al. Transformer fault diagnosis method based on DGA and whale algorithm optimizing LogitBoost-decision tree[J]. Power System Protection and Control,2023,51(7):63-72.
- [14] 赵冬梅,谢家康,王闯,等.基于Bagging集成学习的电力系统暂态稳定在线评估[J].电力系统保护与控制,2022,50(8):1-10.  
ZHAO Dongmei, XIE Jiakang, WANG Chuang, et al. On-line transient stability assessment of a power system based on Bagging ensemble learning[J]. Power System Protection and Control,2022,50(8):1-10.
- [15] 贾宏阳,侯庆春,刘云霄,等.基于斜回归树及其集成算法的静态电压稳定规则提取[J].电力系统自动化,2022,46(1):51-59.  
JIA Hongyang, HOU Qingchun, LIU Yuxiao, et al. Extraction of static voltage stability rule based on oblique regression tree and its ensemble algorithm[J]. Automation of Electric Power Systems,2022,46(1):51-59.
- [16] 张芳.基于最大供电能力的配电网接线模式和供电模型研究[D].南昌:南昌大学,2022.  
ZHANG Fang. Distribution network load distribution optimization method based on total power supply capacity[D]. Nanchang: Nanchang University,2022.
- [17] 衣秀清,顾洁,刘书琪.考虑需求响应的配电网弹性提升优化[J].电力科学与技术学报,2022,37(4):29-37.  
YI Xiuqing, GU Jie, LIU Shuqi. Optimization of distribution network resilience enhancement considering demand response[J]. Journal of Electric Power Science and Technology,2022,37(4):29-37.
- [18] 朱晓荣,司羽.考虑物理—信息—交通网耦合的配电网多时段动态供电恢复策略[J].电工技术学报,2023,38(12):3306-3320.  
ZHU Xiaorong, SI Yu. Multi-period dynamic power supply restoration strategy considering physical-cyber-traffic network coupling[J]. Transactions of China Electrotechnical Society,2023,38(12):3306-3320.
- [19] 朱鹏程,刘墨煜,孙可,等.基于多分块交替方向乘子法的蜂巢状配电网分布式优化调度[J].中国电力,2023,56(6):90-100.  
ZHU Pengcheng, LIU Zhaoyu, SUN Ke, et al. Optimal scheduling of honeycomb distribution network based on BADMM[J]. Electric Power,2023,56(6):90-100.
- [20] 魏宇鹏.基于深度信念网络和多变量决策树的航班延误预测模型[D].北京:中国石油大学,2021.  
WEI Yupeng. Flight delay prediction model based on deep belief network and multivariate decision tree[D]. Beijing: China University of Petroleum,2021.