

引用格式:曹兴华,咸日常,杨浩瀚,等.基于高斯混合模型的谐波责任估计方法[J].电力科学与技术学报,2024,39(5):83-90.

Citation: CAO Xinghua, XIAN Richang, YANG Haohan, et al. Harmonic responsibility estimation method based on gaussian mixture model[J]. Journal of Electric Power Science and Technology, 2024, 39(5): 83-90.

# 基于高斯混合模型的谐波责任估计方法

曹兴华<sup>1,2</sup>, 咸日常<sup>1</sup>, 杨浩瀚<sup>2</sup>, 宋书麟<sup>3</sup>, 陈小娣<sup>2</sup>

(1. 山东理工大学电气与电子工程学院, 山东 淄博 255000; 2. 国网山东省电力公司泰安供电公司, 山东 泰安 271000;

3. 国网山东省电力公司莱州市供电公司, 山东 莱州 2614001)

**摘要:**针对不完全可观系统提出一种基于高斯混合模型的谐波责任估计方法。依据谐波测量电压的概率分布特性估计各谐波负荷的谐波责任,规避因引入不可测的线路参数对量化谐波责任造成的困难。先根据测得的谐波电压样本训练高斯混合模型;然后,基于贝叶斯信息准则和 Kullback-Leibler 散度比率确定混合模型中的高斯分量的数量及位置范围,并通过 Z 检验实现谐波电压样本的异常检测;最后,通过 IEEE 14 节点测试系统检验了所提方法的有效性。

**关键词:**谐波责任估计;高斯混合模型;贝叶斯信息准则;Kullback-Leibler 散度;异常谐波检测

**DOI:** 10.19781/j.issn.1673-9140.2024.05.009 **中图分类号:** TM935 **文章编号:** 1673-9140(2024)05-0083-08

## Harmonic responsibility estimation method based on gaussian mixture model

CAO Xinghua<sup>1,2</sup>, XIAN Richang<sup>1</sup>, YANG Haohan<sup>2</sup>, SONG Shulin<sup>3</sup>, CHEN Xiaodi<sup>2</sup>

(1. Electrical and Electronic Engineering College, Shandong University of Technology Zibo 255000, China; 2. Taian Power Supply Company,

State Grid Shandong Electric Power Co., Ltd., Taian 271000, China; 3. Laizhou Power Supply Company,

State Grid Shandong Electric Power Co., Ltd., Laizhou 261400, China)

**Abstract:** A harmonic responsibility estimation method based on the Gaussian mixture model (GMM) is proposed for partially observable systems. This method estimates the harmonic responsibility of each harmonic load based on the probabilistic distribution characteristics of measured harmonic voltages, circumventing the difficulties in quantifying harmonic responsibility due to the introduction of unmeasurable line parameters. Specifically, the process begins by training a GMM using the measured harmonic voltage samples. Then, the number and range of Gaussian components in the mixture model are determined based on the Bayesian information criterion and the Kullback-Leibler divergence ratio. Additionally, anomaly detection of harmonic voltage samples is achieved through the Z-test principle. Finally, the effectiveness of the proposed method is verified using the IEEE 14-node test system.

**Key words:** harmonic responsibility estimation; Gaussian mixture model; Bayesian information criterion; Kullback-Leibler divergence; abnormal harmonic detection

风能和太阳能光伏电站通过整流、逆变器等非  
线性设备接入电网,该过程会向电网注入不同频次  
的谐波<sup>[1-5]</sup>。高水平的谐波可能导致发电设备损坏

或劣化,降低发电效率,甚至引发系统振荡,严重威  
胁电力系统的安全稳定运行。因此,在新能源不断  
发展的背景下,应更加关注电网中的谐波问题<sup>[1-2]</sup>,

收稿日期:2024-02-06;修回日期:2024-05-29

基金项目:国家自然科学基金(52077221)

通信作者:咸日常(1966—),男,教授,博士生导师,主要从事电能质量监测、电气设备在线监测与故障诊断技术等方面的研究;E-mail:  
xianrc@163.com

对主要谐波负荷施行更有效的监控和管理措施,包括准确量化主要谐波负荷用户的谐波责任(harmonic responsibility, UR)<sup>[6-8]</sup>,制定公正合理的谐波奖惩方法等,进而将系统内各谐波负荷用户的谐波水平控制在合理范围内。

谐波负荷的谐波责任量化通常通过谐波阻抗估计技术<sup>[9-11]</sup>和谐波状态估计<sup>[12-15]</sup>实现。而谐波监测数据的统计特征和概率特性是这两类技术路径中的重要研究方向。文献[16-17]分别基于支持向量机和最大后验估计原理评估母线包含谐波源(harmonic source, HS)的概率,进而实现谐波源定位和谐波潮流计算。文献[18]通过数据筛选和聚类对谐波观测量预处理,基于最小二乘回归计算谐波责任,抑制背景谐波波动对回归计算的不利影响。文献[19-20]采用核密度估计方法,建立谐波负荷的概率模型,验证了通过概率分布描述谐波分布特征的可行性。基于最大熵原理,文献[21-22]通过重要抽样方法对谐波电压责任的计算结果抽样,提升了谐波电压责任划分的可靠性。这些方法均是借助概率论来解决谐波治理研究领域的各类典型问题,但这些方法也具有一定局限性。通常它们要求系统可观或网络阻抗参数已知。系统可观,即系统中任意谐波负荷节点或其相邻节点配备谐波测量装置,使得该节点的谐波电压与支路谐波电流可测量。由于谐波状态估计本质上属于广义的谐波潮流计算,因此基于谐波状态估计的谐波责任划分需要知晓电网的拓扑结构、部分元件和线路参数等信息<sup>[4,12,17]</sup>。然而,某些系统中存在的各类因素限制了谐波状态估计的有效实施。考虑到谐波监测装置的成本问题,在所有节点安装谐波监测装置是不现实的。即使有研究通过优化谐波装置的布局方案来提升系统可观性<sup>[23]</sup>,但对于体量庞大且结构复杂的系统,其可观性与经济性之间的固有矛盾仍难以得到有效的调和<sup>[7]</sup>。同时,很多监测装置本身储存能力有限,仅能记录谐波电压和谐波电流之间的相位差,而缺失具体的相位信息<sup>[5,10]</sup>;另一方面,实际系统中某些线路的准确参数是难以获取的,这显然提升了谐波状态估计和谐波责任量化的难度。针对这些问题,本文提出一种基于高斯混合模型(Gaussian mixture model, GMM)的谐波责任量化方法,确立了根据谐波观测量的概率分布特性分离谐波负荷的概率分布,并根据支路观测量和谐波负荷分量之间的关联程度匹配两者对应关系,该过程

同时兼顾了对异常谐波样本的辨识,可为不完全可观且相位信息不完整的系统的谐波责任量化与异常检测问题提供解决方案。

## 1 谐波责任量化基本原理

以具有  $n$  个观测节点和  $m$  个谐波负荷节点的系统为例,安装于观测节点的谐波监测装置可测量该节点的谐波电压和与该节点连接的各支路的谐波电流;谐波负荷节点中存在非线性负载和线性负载,其中非线性负载是产生谐波的主要来源,通常被等效为独立谐波电流源;而线性负载不产生谐波,一般将其等效为相应频次的谐波阻抗。根据叠加定理,观测节点  $i$  处某频次的谐波电压  $U_i$  是由所有该频次的谐波电流源  $I_1 \sim I_m$  经过系统负载和线路的等效谐波阻抗耦合形成的<sup>[5]</sup>,即

$$U_i = \sum_{j=1}^m Z_{ji} I_j \quad (1)$$

式中,  $Z_{ji}$  为谐波负荷节点  $j$  到观测节点  $i$  之间的等效谐波阻抗。

假设系统内具有 3 个谐波负荷节点  $I_1 \sim I_3$ , 若将观测电压  $|U_i|$  视为单位长度,那么各节点的谐波负荷电流及其谐波责任的矢量关系图如图 1 所示。

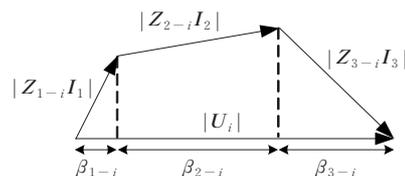


图 1 谐波责任矢量关系

Figure 1 Relationship diagram of harmonic responsibility vector

在图 1 中,谐波责任  $\beta_{j-i}$  是谐波电流源在观测母线处的投影电压占母线电压幅值的比例<sup>[5-10]</sup>,即

$$\beta_{j-i} = \frac{|Z_{j-i} I_j \cdot \cos \varphi_{j-i}|}{|U_i|} \times 100\% = \frac{|Z_{j-i} I_j \cdot \cos \varphi_{j-i}|}{\sum_{j=1}^m |Z_{j-i} I_j \cdot \cos \varphi_{j-i}|} \times 100\% \quad (2)$$

式中,  $\varphi_{j-i}$  为  $Z_{j-i} I_j$  和  $U_i$  之间的夹角。

## 2 基于 GMM 的谐波责任量化方法

### 2.1 谐波观测量的 GMM 分析

从电路层面看,谐波测量电压幅值  $|U_i|$  是  $m$  个

谐波电流源经过线路等效阻抗后的加权叠加,且谐波源在观测母线上的电压投影越大,其对观测母线的谐波电压的影响作用越大。从概率分布的层面看,  $|U_i|$  的概率分布特性可以视为由  $m$  个谐波电流源的概率分布特性叠加生成(为书写方便,将电压幅值  $|U_i|$  简写为  $U_i$ , 对于电流和阻抗同样处理), 而其由谐波源  $j$  形成的概率为  $p_{j-i}$ , 且满足  $\sum_{j=1}^m p_{j-i} = 1$ , 即

$$P(U_i) = P\left(\sum_{j=1}^m I_j Z_{j-i}\right) = \sum_{j=1}^m p_{j-i} f_j \quad (3)$$

式中,  $f_j$  为第  $j$  个谐波电流源乘以该节点到观测节点转移阻抗后的概率密度函数。

在式(3)中, 概率密度函数  $f_j$  对应的概率值  $p_{j-i}$  反映了谐波源与对应转移阻抗对观测谐波电压的综合影响。概率  $p_{j-i}$  越大, 对应的谐波负荷节点对观测母线的的影响越大; 反之, 概率  $p_{j-i}$  越小, 对应的谐波负荷节点对观测母线的的影响越小。而观测母线谐波概率分布接近  $p_{j-i}$  值最大的谐波负荷节点的概率分布。而  $p_{j-i}$  同时考虑了谐波源和对应的谐波转移阻抗, 所以可以采用该值作为对应谐波负荷节点对观测母线的谐波责任, 这可以避免单独计算阻抗参数。

考虑到新能源、牵引负荷等典型谐波负荷的出力具有随机特性<sup>[22]</sup>, 因此假设统计时段内, 样本容量为  $n$  的谐波观测电压  $U_i$  近似服从高斯分布, 其概率密度函数  $P(U_i)$  可表示为  $m$  个谐波电流源的高斯分布  $N_1 \sim N_m$  (各高斯分布为以其均值为中心的族) 的加权叠加, 因此式(3)又可以写为

$$P(U_i) = \sum_{j=1}^m p_{j-i} N_j(I_j | \mu_j, \delta_j) = \sum_{j=1}^m p_{j-i} \frac{1}{2\pi} \exp\left[-\frac{(I_j - \mu_j)^2}{2\delta_j^2}\right] \quad (4)$$

式中,  $\mu_j$  和  $\delta_j$  分别为第  $j$  个高斯分布的均值和方差。

式(4)所描述的概率分布特性是谐波负荷节点在统计时段内的固有特性, 其不受其他谐波负荷节点的影响。对于已测定的谐波测量电压样本  $U_i$ , 其由第  $j$  个高斯分布模型  $N_j$  主导的后验概率  $\gamma_{j-i}$  决定, 其表达式为

$$\gamma_{j-i} = \frac{p_{j-i} N_j(U_i | \mu_j, \sigma_j)}{\sum_{j=1}^m p_{j-i} N_j(U_i | \mu_j, \sigma_j)} \quad (5)$$

最大期望(expectation maximization, EM)算

法<sup>[24-27]</sup>通过最大化  $\gamma_{j-i}$  迭代估计  $N_j$  的参数  $\theta_j = [p_{j-i}, \mu_j, \sigma_j]$  来得到概率估计, 即

$$\begin{cases} p_{j-i}^{(s+1)} = \frac{\sum_{j=1}^m \gamma_{j-i}^{(s)}}{m} \\ \mu_j^{(s+1)} = \frac{\sum_{j=1}^m \gamma_j^{(s)} U_i}{\sum_{j=1}^m \gamma_j^{(s)}} \\ \delta_j^{(s+1)} = \frac{\sum_{j=1}^m \gamma_j^{(s)} (U_i - \mu_j^{(s)}) (U_i - \mu_j^{(s)})^T}{\sum_{j=1}^m \gamma_{j-i}^{(s)}} \end{cases} \quad (6)$$

式中,  $s$  为迭代次数。

重复计算式(5)、(6), 直至参数  $\theta_j^{(s+1)}$  的迭代变化量小于阈值, 即  $\|\theta(t+1) - \theta(t)\| \leq \epsilon$  时停止迭代。进而以每个分布分量的概率权重作为分量对应的谐波责任。

在电力系统稳定运行状态下, 观测节点的谐波电压和各支路谐波电流的波动通常处于一定范围内, 当观测节点监测到异常谐波样本时, 可能提示着系统结构发生变化或某些设备出现故障。异常谐波监测样本不一定表示系统出现了严重问题, 但仍需要进一步检查和分析。因此有必要识别异常谐波样本<sup>[28]</sup>, 这对确保 GMM 模型的准确性也有重要意义。在每次更新 GMM 模型前, 先根据式(5)计算新的测量样本由各个高斯分量生成的后验概率, 并以最大概率对应的高斯分布(假设为第  $k$  个高斯分布)为其所属的族; 然后, 基于该样本在该高斯分布中的  $Z$  分数( $Z$ -score)进一步检验其是否由该分布生成: 当  $Z$  分数大于等于 3 时, 判定其为异常样本; 当  $Z$  分数小于 3 时, 则根据该样本和式(6)对混合模型进行更新, 以保持模型的时效性。对于观测节点  $i$ , 其电压测量样本的  $Z$  分数计算式为

$$Z_i = \left| \frac{U_i - \mu_k}{\sigma_k} \right| \quad (7)$$

GMM 模型存在分布分量数目不确定的问题, 需要结合实际信息, 通过如下方式选择最优分离数目: 由于式(4)所示的谐波责任的概率分布为一维高斯分布, 参数  $\theta$  的结构简单; 同时, 电力系统中的谐波负荷通常具备稀疏性, 即对应的 GMM 模型中的高斯分量的数目  $m$  较小, 故适合通过贝叶斯信息准则(Bayesian information criterion, BIC)来评估 GMM 模型的合理性。该信息准则  $B$  的计算式为

$$B = k \ln n - 2 \ln L_\theta \quad (8)$$

式中:  $k$  为模型的参数数量, 即所有高斯分量模型的方差、期望以及权重系数的数量,  $k=3m-1$ ;  $n$  为训

练样本数量;  $\ln L_\theta$  为参数  $\theta$  的对数似然函数, 即  $\ln L_\theta = \sum_{i=1}^n \ln [p(U_i|\theta)]$ 。

根据目标系统内主要谐波负荷(如变频器、整流器及电弧炉等)的位置和数量等先验信息, 确定  $m$  的范围, 并在  $m$  的可行范围内分别训练 GMM 模型, 进而计算  $m$  在各个取值条件下的 GMM 模型的 BIC, 以其中 BIC 值最小的 GMM 模型作为最佳结果。

## 2.2 基于 KL 散度的节点匹配

在得到若干高斯分布分量后, 需要进一步匹配各个分量与谐波负荷节点之间的对应关系。首先, 将不可观网络内部的主要谐波源电流等效移到网络端口即观测支路处<sup>[12]</sup>, 该处理流程如图 2 所示。

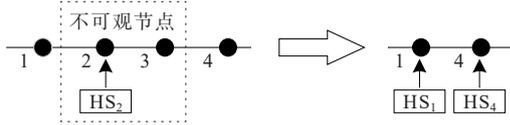


图 2 不可观节点的等效处理

Figure 2 Equivalent processing of unobservable nodes

在图 2 中, 节点 2 为主要谐波负荷节点, 则包含该节点的不可观网络的等效处理为

$$\begin{cases} I_{HS1} = -(Y_{12}Y_{33}/Y_{33}Y_{22} - Y_{23}Y_{32})I_{HS2} \\ I_{HS4} = (Y_{32}Y_{34}/Y_{33}Y_{22} - Y_{23}Y_{32})I_{HS2} \end{cases} \quad (9)$$

式中,  $I_{HS1}$ 、 $I_{HS4}$  分别为节点 2 的谐波电流等效移至节点 1 和 4 处的谐波电流, 即端口等效电流;  $Y_{ij}$  为节点  $i$  和  $j$  之间的导纳。

由式(9)可知, 不可观网络中的主要谐波负荷电流  $I_{HS2}$  与端口等效电流  $I_{HS1}$  和  $I_{HS4}$  强相关。基于此, 分别计算观测节点的支路测量电流的概率分布与 GMM 模型中的高斯分布分量之间的相似程度, 进而匹配两者的对应关系。KL 散度(Kullback-Leibler divergence)是两个概率分布之间相似程度的度量。若两个概率分布的 KL 散度越小, 则这两个概率分布的相似程度越高; 反之, 若两个概率分布的 KL 散度越大, 则这两个概率分布的相似程度越低。概率密度函数  $f_1(x)$  和  $f_2(x)$  之间的 KL 散度  $K$  的计算式<sup>[29]</sup>为

$$K = \sum f_1(x) \ln(f_1(x)/f_2(x)) \quad (10)$$

分别计算支路观测电流与 GMM 模型中各个高斯分布之间的 KL 散度。其中, 假设  $K_{ji}$  为第  $j$  个高斯分布与支路  $i$  处的观测电流之间的 KL 散度, 进而可以得到各个高斯分布对某支路电流的 KL 散度比率  $\lambda_{ji}$ , 即

$$\lambda_{ji} = K_{ji} / \sum_{j=1}^m K_{ji} \quad (11)$$

$\lambda_{ji}$  在数值上代表第  $j$  个高斯分布属于第  $i$  个支路测量电流的可能性。 $\lambda_{ji}$  值越大, 第  $j$  个谐波电流源存在于第  $i$  个端口内的概率越大; 反之,  $\lambda_{ji}$  值越小, 第  $j$  个谐波电流源存在于第  $i$  个端口内的概率越小。综上所述, 基于 GMM 的谐波责任量化及异常检测方法的流程如图 3 所示。

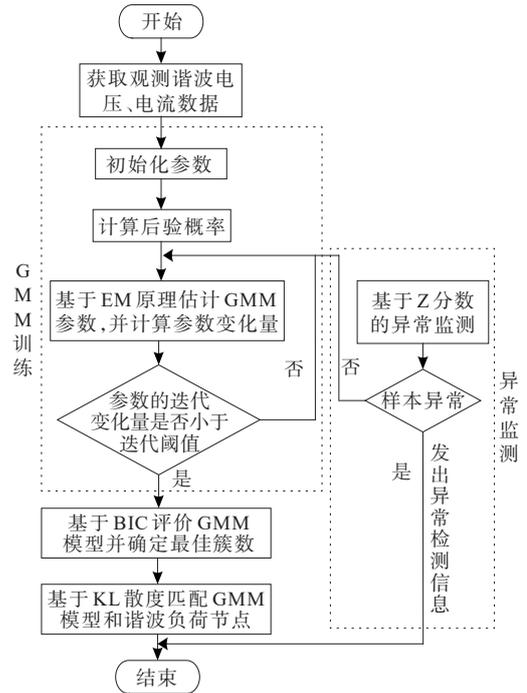


图 3 方法流程

Figure 3 Flowchart of proposed method

## 3 仿真测试

基于 Simulink 平台搭建如图 4 所示的 14 节点测试系统: 该系统的基准容量为  $100 \text{ MV} \cdot \text{A}$ , 基准电压为  $35 \text{ kV}$ ; 在节点 4 处安装的谐波监测装置持续采集 1 000 组电压和支路电流。

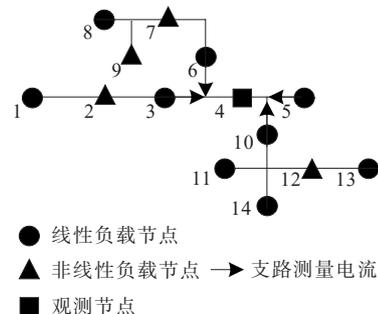


图 4 14 节点测试网络

Figure 4 14-node test network

在测量信号中添加2种随机波动信号:一组服从韦伯分布<sup>[30-31]</sup>(Weibull distribution)的随机信号模拟新能源出力波动;另一组以服从均匀分布的随机信号模拟背景谐波波动(以测量支路的谐波电流为基准幅值,随机信号的幅值分别为10%、15%、20%、25%和3%的基准幅值),测试所提方法受系统背景谐波电压波动的影响。原始谐波测量信号以及附加随机波动干扰后的实测信号如图5所示(以背景谐波波动为20%幅值为例)。

在各组测量数据中,前600组的数据为训练数据;后400组数据用于验证所提算法对异常谐波检测的准确性(第841个的采样样本为异常值)。节点2、7、9、12均为谐波负荷节点。不难发现,这些谐波负荷节点均不在监测节点4的可观范围内。根据仿真参数和式(2)计算测量时段内节点2、7、9、12在节点4处的5次谐波责任,其结果分别为 $\beta_{2-4} = 0.1762$ ,  $\beta_{7-4} = 0.2948$ ,  $\beta_{9-4} = 0.1157$ ,  $\beta_{12-4} = 0.4133$ 。

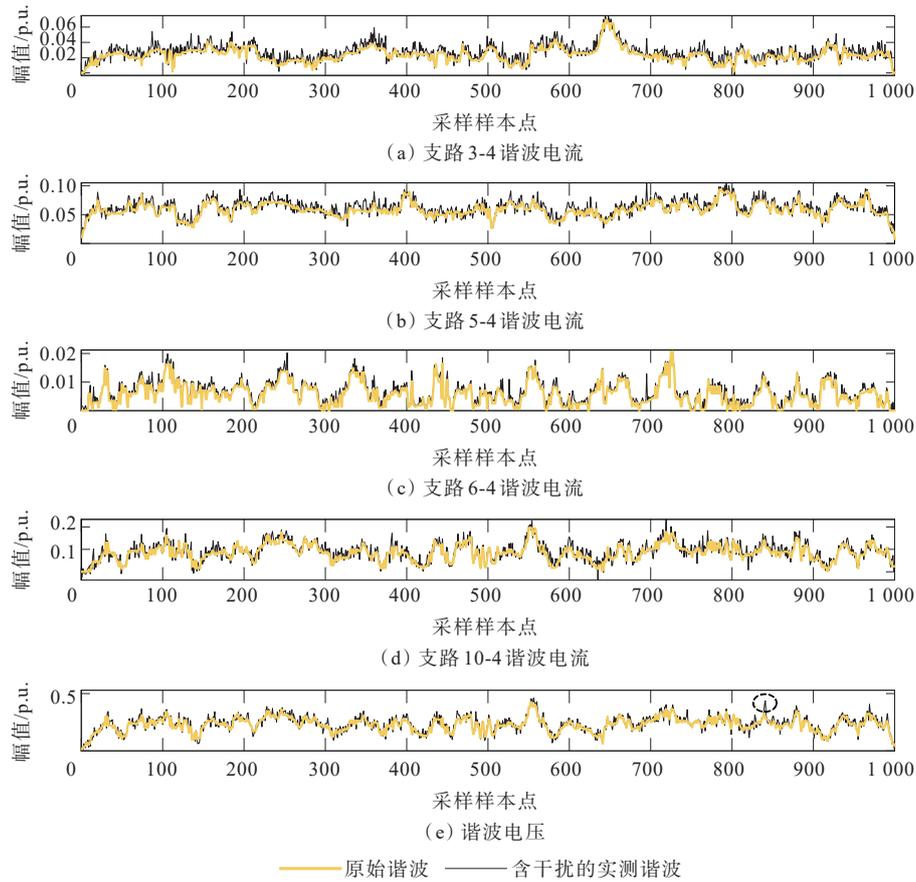


图5 节点4的谐波电压及支路谐波电流

Figure 5 Harmonic voltage and branch harmonic current at node 4

由于该测试系统的谐波负荷节点均不可观,因此传统的谐波状态估计方法不适用于该案例。由于盲源分离方法不需要已知线路参数构成的量测矩阵,而仅需根据谐波源之间的数据独立性分离出指定数量的独立分量<sup>[15]</sup>,且该方法无须计算转移阻抗即可得到谐波源对观测节点的谐波责任<sup>[10]</sup>,因此,采用FastICA方法(简称为方法2)作为对比方法检验所提方法(简称为方法1)的有效性。

$$e_{j-4} = \left| \beta_{j-4} - \hat{\beta}_{j-4} \right| / \left| \beta_{j-4} \right| \times 100\%, j = 2, 7, 9, 12 \quad (12)$$

式中, $\hat{\beta}_{j-4}$ 为各方法估计的节点2、7、9和12对节点4的谐波责任。

分别按照式(12)计算这2种方法在不同程度的背景谐波波动程度条件下的相对误差,结果如图6所示。

以背景谐波波动20%幅值的测试组为例,所提方法基于GMM分析,并根据BIC准则得到最佳GMM模型中共包含4个独立的高斯分布,分别用 $N_1 \sim N_4$ 表示,这4个独立高斯分布对应的混合比例系数分别为0.2926, 0.1536, 0.1038, 0.4498。分别计算 $N_1 \sim N_4$ 与支路测量电流之间的KL散度,结果

见表1。并得到 $N_1 \sim N_4$ 与支路测量电流之间的对应关系： $N_1, N_3$ 与支路6-4对应； $N_2$ 与支路3-4对应； $N_4$ 与支路10-4对应；对于观测支路5-4，其与各个分布之间的KL散度均较大且比率大小相当，故其端口内可能不存在谐波源，这也与系统设置情况相符。

表1 KL散度比率  
Table 1 KL divergence ratio %

高斯分布 分量	KL散度比率			
	支路3-4	支路5-4	支路6-4	支路10-4
$N_1$	5.6	24.7	46.3	15.1
$N_2$	78.1	29.2	2.8	11.7
$N_3$	7.2	21.7	47.7	6.2
$N_4$	9.1	24.4	54.7	67.0

根据2种方法的误差分布(图6)可以看出,方法1对谐波负荷节点的谐波责任的估计准确性和稳定性明显高于方法2的。形成这种误差分布的主要原因是:本案例中节点7和节点12的5次谐波成分之间的相关性较高(两者互信息占总熵的比例约为0.275),这显然不满足FastICA方法对各个源信号之间高度独立<sup>[15]</sup>的假设。因此,该方法对节点2、7的谐波责任的估计具有显著误差。而在GMM模型中,每个样本点都被假设来自若干高斯分布中的某一个分量,由这些分量加权组成的混合模型并不要求它们彼此之间是独立的。随着背景谐波波动程度增大,方法1的优势更为显著。当背景谐波波动幅值相当于25%的测量基准幅值的时,方法2的平均相对误差已高于20%;而由于服从均匀分布的随机干扰叠加在服从高斯分布的谐波源上所形成的实测信号仍近似服从高斯分布,因此方法1可以在背景谐波波动幅度较大时仍保持较低的误差水平。

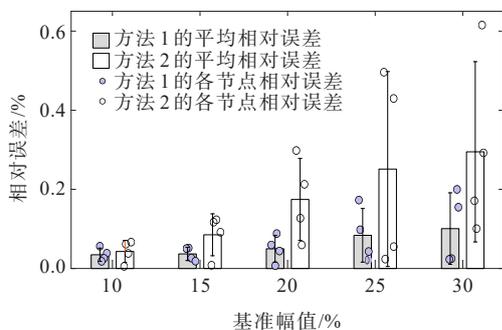


图6 不同背景谐波波动条件下的误差

Figure 6 Errors under different background harmonic fluctuation conditions

基于前600组样本训练的GMM模型,按照3.2节所述方法计算1h谐波样本的Z分数,发现第841个样本的Z分数为3.071。因此,该样本被认定为异常谐波电压,这一结果与仿真设置情况相符;在移除异常点后,对当前GMM模型进行下一轮的迭代和更新。

## 4 结语

1) 针对不完全可观测、缺少线路参数且谐波相位信息的系统,基于GMM原理提出一种谐波责任量化的解决方案;

2) 运用BIC和KL散度,确定谐波负荷的数量与位置的范围。此外,通过应用Z检验来识别异常谐波样本,确保GMM模型更新的准确性和可靠性;

3) 尽管所提方法在测试中取得了预期效果,但仍有进一步优化的空间。未来将围绕不可观系统的谐波责任动态量化开展研究,适应电力系统实时变化的需求。

## 参考文献:

- [1] 黄祎,欧阳森,程伟添.电网高压谐波电压多维概率特性与时序特征及其评价方法研究[J].电力科学与技术学报,2023,38(5):196-205.  
HUANG Yi, OUYANG Sen, CHENG Weitian. Study on multidimensional probability characteristics, time-series features, and evaluation methods of high voltage harmonic voltages in power grids[J]. Journal of Electric Power Science and Technology, 2023, 38(5): 196-205.
- [2] 景巍巍,付慧,程伟添,等.考虑时序趋势特性的典型场景高压谐波综合评估方法[J].电力科学与技术学报,2023,38(6):215-224.  
JING Weiwei, FU Hui, CHENG Weitian, et al. Comprehensive evaluation method of high-voltage harmonics in typical scenarios considering time series trend characteristics[J]. Journal of Electric Power Science and Technology, 2023, 38(6): 215-224.
- [3] 刘博闻,邹国平,魏兴昌,等.用于过电压检测的电流互感器高频等效电路建模方法[J].高压电器,2023,59(3):156-162.  
LIU Bowen, ZOU Guoping, WEI Xingchang, et al. Modeling method of high-frequency equivalent circuit of current transformer for overvoltage detection[J]. High Voltage Apparatus, 2023, 59(3): 156-162.
- [4] 丁同,陈红坤,吴斌,等.多谐波源定位及谐波责任量化区分方法综述[J].电力自动化设备,2020,40(1):19-30.  
DING Tong, CHEN Hongkun, WU Bin, et al. Overview on location and harmonic responsibility quantitative

- determination methods of multiple harmonic sources[J]. Electric Power Automation Equipment,2020,40(1):19-30.
- [5] 高敏,朱明星,张华赢,等.基于无相位谐波监测数据的谐振源辨识方法[J].电力系统保护与控制,2024,52(04):166-175.  
GAO Min1, ZHU Mingxing, ZHANG Huaying, et al. Resonance source identification method based on phase-free harmonic monitoring data[J]. Power System Protection and Control,2024,52(04):166-175.
- [6] 张逸,刘必杰,林才华,等.基于负荷等值阻抗参数的谐波责任划分方法[J].高电压技术,2023,49(8):3487-3501.  
ZHANG Yi, LIU Bijie, LIN Caihua, et al. Harmonic responsibility division method based on load equivalent impedance parameters[J]. High Voltage Engineering, 2023,49(8):3487-3501.
- [7] 林潇,邵振国,陈飞雄,等.采用线性动态聚类的谐波责任区间估计[J].中国电机工程学报,2023,43(11):4284-4295.  
LIN Xiao, SHAO Zhenguo, CHEN Feixiong, et al. Harmonic responsibility interval estimation based on linear dynamic clustering[J]. Proceedings of the CSEE, 2023,43(11):4284-4295.
- [8] 孙媛媛,李树荣,石访,等.含分布式谐波源的配电网多谐波源责任划分[J].中国电机工程学报,2019,39(18):5389-5398+5586.  
SUN Yuanyuan, LI Shurong, SHI Fang, et al. Multiple harmonic source contribution determination in the active distribution network with distributed harmonic sources [J]. Proceedings of the CSEE, 2019, 39(18): 5389-5398+5586.
- [9] 林顺富,李育坤,程卫健,等.一种改进递推最小二乘的系统谐波阻抗估计方法[J].电网技术,2023,47(7):2879-2890.  
LIN Shunfu, LI Yukun, CHENG Weijian, et al. Improved recursive least square method for system harmonic impedance estimation[J]. Power System Technology, 2023,47(7):2879-2890.
- [10] 徐方维,郑鸿儒,杨洪耕,等.基于无相位实测数据的系统侧谐波阻抗估计方法[J].电力系统自动化,2019,43(21):170-176+212.  
XU Fangwei, ZHENG Hongru, YANG Honggeng, et al. Harmonic impedance estimation method on system side based on measurement data without phase angle[J]. Automation of Electric Power Systems,2019,43(21):170-176+212.
- [11] 李欢,傅闯,辛清明,等.高压直流输电系统直流谐波阻抗的解析计算及谐振分析研究[J].电力系统保护与控制,2022,50(19):67-79.  
LI Huan, FU Chuang, XIN Qingming, et al. Analytical calculation of DC harmonic impedance and DC resonance analysis of an HVDC transmission system[J]. Power System Protection and Control, 2022, 50(19): 67-79.
- [12] 邵振国,林洪洲,陈飞雄,等.采用区间动态状态估计的局部不可观系统谐波源定位[J].电工技术学报,2023,38(9):2391-2402.  
SHAO Zhenguo, LIN Hongzhou, CHEN Feixiong, et al. Harmonic source location in the partial unobservable system based on interval dynamic state estimation[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2023, 38(9):2391-2402.
- [13] 黄蔓云,王天昊,卫志农,等.基于长短期记忆网络的UKF动态谐波状态估计[J].电力系统保护与控制,2022,50(11):1-11.  
HUANG Manyun, WANG Tianhao, WEI Zhinong, et al. Dynamic harmonic state estimation of an unscented Kalman filter based on long short-term memory neural networks[J]. Power System Protection and Control, 2022, 50(11):1-11.
- [14] 舒朝君,王亚,崔浩,等.基于互信息的配电网多谐波源识别方法[J].电力科学与技术学报,2018,33(1):16-21.  
SHU Chaojun, WANG Ya, CUI Hao, et al. Multi-harmonic sources identification method for distribution network based on mutual information[J]. Journal of Electric Power Science and Technology, 2018, 33(1): 16-21.
- [15] 方曼琪.基于盲源分离的谐波源识别技术[D].成都:西南交通大学,2019.  
FANG Manqi. Harmonic source identification technology based on blind source separation[D]. Chengdu:Southwest Jiaotong University,2019.
- [16] 高鹏.电力系统谐波源辨识和谐波经济性损失评估方法研究[D].兰州:兰州交通大学,2023.  
GAO Peng. Research on harmonic source identification and harmonic economic loss evaluation method in power system[D]. Lanzhou:Lanzhou Jiatong University,2023.
- [17] 陈少伟,邵振国.基于最大后验估计的谐波源定位[J].电力系统及其自动化学报,2019,31(12):64-69.  
CHEN Shaowei, SHAO Zhenguo. Harmonic source localization based on maximum posteriori estimation[J]. Proceedings of the CSU-EPSC, 2019, 31(12): 64-69.
- [18] 李永刚,潘建铭,刘淇玉,等.基于Hausdorff距离和改进密度峰值聚类的谐波责任划分方法[J/OL].华北电力大学学报(自然科学版),1-12[2023-10-21].<http://kns.cnki.net/kcms/detail/13.1212.TM.20230518.1144.002.html>.  
LI Yonggang, PAN Jianming, LIU Qiyu, et al. Harmonic responsibility division method based on hausdorff distance and improved density peaks clustering[J/OL]. Journal of North China Electric Power University, 1-12. [2023-10-21]. <http://kns.cnki.net/kcms/detail/13.1212.TM.20230518.1144.002.html>.
- [19] 刘洋.高速铁路牵引负荷谐波分布特性与概率模型研究[D].成都:西南交通大学,2017.

- LIU Yang. Study on harmonic distribution characteristics and probability model of traction load of high-speed railway[D]. Chengdu: Southwest Jiaotong University, 2017.
- [20] 冯跃,钱永亮,唐明淑,等.基于核密度估计的谐波分布特征表述方法[J].云南电力技术,2023,51(6):28-30.  
FENG Yue, QIAN Yongliang, TANG Mingshu, et al. Harmonic distribution characteristic representation method based on kernel density estimation[J]. Yunnan Electric Power,2023,51(6):28-30.
- [21] 徐永海,薛超凡,陶顺,等.电力系统谐波潮流计算方法综述[J].电测与仪表,2023,60(12):1-10.  
XU Yonghai, XUE Chaofan, TAO Shun, et al. Review on harmonic power flow calculation method for power system[J]. Electrical Measurement & Instrumentation, 2023,60(12):1-10.
- [22] 华回春,刘哲,韩博,等.谐波责任统计特征计算方法[J].中国电机工程学报,2016,36(11):2959-2965.  
HUA Huichun, LIU Zhe, HAN Bo, et al. Calculation method for the harmonic contribution statistical characteristics[J]. Proceedings of the CSEE,2016,36(11): 2959-2965.
- [23] 陈立,申双葵,苏小平,等.电网谐波状态估计量测点的优化配置方法[J].电力科学与技术学报,2017,32(1):49-54.  
CHEN Li, SHEN Shuangkui, SU Xiaoping, et al. Optimal configuration method of harmonics estimation metering in power grid[J]. Journal of Electric Power Science and Technology,2017,32(1):49-54.
- [24] 黄俊滔,杨苓.基于粒子群算法的光储微电网谐波电流抑制参数组寻优策略[J].智慧电力,2023,51(7):44-50.  
HUANG Juntao, YANG Ling. Parameter group optimization strategy to suppress harmonic current of PV-storage microgrid based on PSO algorithm[J]. Smart Power,2023,51(7):44-50.
- [25] GAO Z, SUN Z C, LIANG S X. Probability density function for wave elevation based on Gaussian mixture models[J]. Ocean Engineering,2020,213:107815.
- [26] 杨秀,李安,孙改平,等.基于改进GMM-CNN-GRU混合的非侵入式负荷监测方法研究[J].电力系统保护与控制,2022,50(14):65-75.
- YANG Xiu, LI An, SUN Gaiping, et al. Non-invasive load monitoring based on an improved GMM-CNN-GRU combination[J]. Power System Protection and Control, 2022,50(14):65-75.
- [27] 吴浩天,孙荣富,廖思阳,等.基于改进气象聚类分型的短期风电功率概率预测方法[J].电力系统自动化,2022, 46(15):56-65.  
WU Haotian, SUN Rongfu, LIAO Siyang, et al. Short-term wind power probability forecasting method based on improved meteorological clustering and classification[J]. Automation of Electric Power Systems,2022,46(15): 56-65.
- [28] 马智远,崔晓飞,黄裕春,等.辨识谐波电流监测数据中异常数据的一种方法研究[J].电力系统保护与控制, 2016,44(21):96-102.  
MA Zhiyuan, CUI Xiaofei, HUANG Yuchun, et al. A detection method of abnormal harmonic current monitoring data[J]. Power System Protection and Control, 2016,44(21):96-102.
- [29] 陈泽雄,张新民,王雪锋,等.分布式光伏电站接入配电网的分布鲁棒优化配置方法[J].电力系统保护与控制, 2021,49(13):30-42.  
CHEN Zexiong, ZHANG Xinmin, WANG Xuefeng, et al. A distributionally robust optimal allocation method for distributed photovoltaic generation stations integrated into a distribution network[J]. Power System Protection and Control,2021,49(13):30-42.
- [30] 仲泽天,李梦月,王加澍,等.一种有源配电网分布式光伏消纳能力评估方法[J].电网与清洁能源,2023,39(2): 60-68.  
ZHONG Zetian, LI Mengyue, WANG Jiashu, et al. An assessment method for distributed photovoltaic absorption capacity of active distribution networks[J]. Power System and Clean Energy,2023,39(2):60-68.
- [31] 岳国华,杜志叶,蔡泓威,等.基于风速概率分布与风切变指数的直流输电线路离子流场数值模拟方法[J].电工技术学报,2024,39(9):2907-2915.  
YUE Guohua, DU Zhiye, CAI Hongwei, et al. Numerical simulation method of ion flow field in DC transmission line based on wind speed probability distribution and wind shear exponent[J]. Transactions of China Electrotechnical Society,2024,39(9):2907-2915.