引用格式：刘自发，槐贺杨，姚雨森，等.基于Sobol'法的主动配电网静态电压优化[J].电力科学与技术学报,2025,40(4):72-80.
Citation：LIU Zifa, HUAI Heyang, YAO Yusen, et al. Static voltage optimization for active distribution networks based on Sobol' method[J]. Journal of Electric Power Science and Technology,2025,40(4):72-80.

基于Sobol′法的主动配电网静态电压优化

刘自发，槐贺杨，姚雨森，叶梦妮
（华北电力大学电气与电子工程学院，北京 102206）

摘　要：在主动配电网中，大量分布式电源的不确定性使得配电网的电压稳定性问题日益突出，现有的优化方法往往将配电网的经济性和电压稳定性作为独立的目标处理，较少考虑它们之间的联系，难以实现灵活资源的高效利用。引入上、下层连接因子，并提出一种基于Sobol′法的配电网电压双层优化模型。首先，计及主动配电网中分布式电源和负荷的不确定性，构建主动配电网概率潮流计算模型，在此基础上通过Sobol′法的全局灵敏度定量地分析负荷波动对L指标影响。其次，基于灵敏度分析的结果计算上、下层连接因子，并通过连接因子将上层经济性目标与下层稳定性目标连接，建立双层优化模型，优化求解系统中的灵活资源。最后，基于所提优化模型在修改后的IEEE 33节点系统上进行仿真。对比验证表明所提模型能够提高优化效率，支撑配电网的经济运行与安全运行。

关　键　词：电压稳定性；经济性；主动配电网；灵敏度分析；不确定性
DOI：10.19781/j.issn.1673-9140.2025.04.007　　**中图分类号**：TM73　　**文章编号**：1673-9140(2025)04-0072-09

Static voltage optimization for active distribution networks based on Sobol's method

LIU Zifa, HUAI Heyang, YAO Yusen, YE Mengni
(School of Electrical and Electronic Engineering, North China Electric Power University, Beijing 102206, China)

Abstract: In active distribution networks, the uncertainty of a large number of distributed energy resources increasingly accentuates voltage stability issues. Existing optimization methods typically treat the economic efficiency and voltage stability of distribution networks independently, seldom considering their interconnection, which hampers the efficient utilization of flexible resources. An interlayer connection factor is introduced, and a bi-layer voltage optimization model for distribution networks based on the Sobol's method is proposed. Firstly, a probabilistic load flow calculation model in active distribution networks that considers distributed energy resources in the networks and the load uncertainty is constructed, and the impact of load fluctuations on the L-index is quantitatively analyzed through global sensitivity analysis using the Sobol's method. Subsequently, based on the results of the sensitivity analysis, the interlayer connection factors are calculated, and these factors are used to link the upper-layer economic objectives with the lower-level stability objectives to establish a bi-layer optimization model. This model optimizes the flexible resources in the system. Finally, simulations are conducted on a modified IEEE 33-node system using the proposed optimization model. The comparison verifies that the proposed model can improve the optimization efficiency and support the economic and safe operation of distribution networks.

Key words: voltage stability; economic efficiency; active distribution network; sensitivity analysis; uncertainty

近年来，随着配电网向主动配电网(active distribution network，ADN)转型，大量移动负荷和分布式电源被引入其中，传统辐射型配电网演变为含多电源的复杂拓扑结构。随着源荷的不确定性增加，预测误差增大，导致节点电压越限甚至崩溃的现象更为频繁，从而加剧了电压稳定性问题[1-3]。

收稿日期：2024-08-30；**修回日期**：2024-11-01
基金项目：国家自然科学基金(51977074)
通信作者：刘自发(1973—)，男，博士，教授，主要从事配电网规划、配电网优化运行等方面的研究；E-mail：tjubluesky@163.com

此外，传统的配电网分析往往将经济性和稳定性作为独立目标，忽略了它们之间的联系，这可能导致难以实现灵活资源的高效利用。在这种情形下，综合分析配电网经济性和稳定性的关系，构建兼顾经济性和稳定性的电压优化模型，高效调控配电网设备，对构建更为稳定经济的配电网系统具有重要实际意义。

分布式电源出力和负荷的不确定性可能增加配电网运行风险[4-5]，通过对灵活资源的合理调节可保障配电网安全运行[6-7]。文献[8]综合考虑稳定性、经济性及环保性因素，建立了源-储-荷多目标优化模型；文献[9]以节点电压偏差、光伏削减量和网损最小为目标，提出了一种含分布式光伏的主动配电网电压分布式优化控制策略；文献[10]以经济性和静态电压稳定性为目标，并使用EPSILON约束法将配电网运行优化模型转化为多目标混合整数优化模型；这些优化方法虽能保证配电网安全经济运行，但未考虑经济性和稳定性的内在关联，或仅通过简单赋权处理，灵活资源的利用效率较低。

为关联配电网的经济性和稳定性，需首先分析各节点负荷波动对二者的影响。灵敏度分析可定量表征输入变量对输出的影响，其方法包括局部灵敏度分析（local sensitivity analysis，LSA）[11-12]和全局灵敏度分析（global sensitivity analysis，GSA）[13-14]。由于LSA仅在电力系统运行点附近有效，故LSA不适用于非线性电力系统模型。与LSA相比，GSA适用于非线性模型，并可检测输入变量间的复杂关系。现代ADN结构复杂，节点对稳定性指标的影响耦合性强，而Sobol′法[15]作为一种基于方差的GSA方法，能够计及随机变量的概率分布和变量间相互作用，更适合含不确定性因素的复杂ADN[16-17]。Sobol′法可提供各参数的单独灵敏度指数及其交互作用指数，并将系统输出方差分解为由输入变量决定的方差之和，从而定量分析输入变量对系统输出的影响。目前，Sobol′法已逐渐应用于配电网不确定因素分析中。综上所述，本文提出了一种基于Sobol′法的配电网电压双层优化模型。首先，考虑主动配电网中源荷不确定性，建立概率潮流模型；然后，根据Sobol′法全局灵敏度分析结果，引入上、下层连接因子；最后，建立配电网电压双层优化模型，该模型上层以经济性为目标函数，下层以追踪上层最优解为目标，同时兼顾电压稳定性，从而关联配电网经济性与电压稳定性，优化系统中的灵活资源。在保证系统电压稳定性的前提下，实现电网经济性目标，高效调控灵活资源。最后通过改进的IEEE 33节点系统对所提优化方法进行验证。

1　基于Sobol′法全局灵敏度分析

随着越来越多的可再生能源和新型负荷接入到电力系统中，电力系统的不确定性显著增加。与传统源荷不同，可再生能源和新型负荷都具有不确定性，对配电网各节点功率的不确定性产生了显著影响。为了分析源荷不确定性对电压稳定的影响，本节构建了蒙特卡洛概率潮流模型，充分考虑源荷不确定性，模型的输入为源荷功率，输出为基于一般潮流解的局部电压稳定指标（L指标），并通过Sobol′法全局灵敏度定量分析各节点负荷波动对L指标的影响。

1.1　电压稳定评价L指标

传统的配电网中常用电压偏差指导运行[18-19]，但该量衡量的是系统特定时刻的安全性能，无法反映出系统的动态性能，由于分布式电源的接入造成配电网运行向稳定极限逼近，该量无法衡量系统稳定性。

电压稳定性评估方法大致分为静态评估和动态评估两类[20-21]。静态评估方法主要利用网络潮流方程进行计算，具有计算量小的优势，可以反映系统当前的稳定状况，帮助系统监控和预防故障。而动态评估方法则基于网络状态方程。

静态电压稳定性指标依赖于潮流计算及其扩展形式，旨在评估电力系统当前运行状态与电压崩溃点之间的距离。为了在不同运行条件下评估系统的电压稳定性，可以使用多种评估方法来确定不同的电压稳定性指标。学者们从不同角度提出了多种静态电压稳定裕度指标。L指标由于其表达简洁、计算简单，被广泛引用[22]，其作为评估静态电压稳定性的主要指标。

L指标通常用来反映其与发电机间联系强弱，其值介于0至1之间，L越接近于1，邻近电压越失稳。用下标“G”来表示电源节点，下标“L”来表示负荷节点，下标“S”来表示联络节点，则网络节点电压方程为

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{Y}_{GG} & \boldsymbol{Y}_{GL} & \boldsymbol{Y}_{GS} \\ \boldsymbol{Y}_{LG} & \boldsymbol{Y}_{LL} & \boldsymbol{Y}_{LS} \\ \boldsymbol{Y}_{SG} & \boldsymbol{Y}_{SL} & \boldsymbol{Y}_{SS} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{V}_G \\ \boldsymbol{V}_L \\ \boldsymbol{V}_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{I}_G \\ \boldsymbol{I}_L \\ \boldsymbol{0} \end{bmatrix} \tag{1}$$

式中，$\boldsymbol{V}_G$、$\boldsymbol{I}_G$分别为发电机节点的电压与电流向量；$\boldsymbol{V}_L$、$\boldsymbol{I}_L$分别为负荷节点的电压与电流向量；$\boldsymbol{V}_S$为联

络节点的电压向量；$\boldsymbol{Y}_{GG}$、$\boldsymbol{Y}_{LL}$、$\boldsymbol{Y}_{SS}$、$\boldsymbol{Y}_{GL}$、$\boldsymbol{Y}_{GS}$分别为系统导纳矩阵的分块子矩阵。

消去联络节点后得到方程为

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{I}_G\\ \boldsymbol{I}_L\end{bmatrix}= \begin{bmatrix}\boldsymbol{Y}_{GG}-\boldsymbol{Y}_{GS}\boldsymbol{Y}_{SS}^{-1}\boldsymbol{Y}_{SG} & \boldsymbol{Y}_{GL}-\boldsymbol{Y}_{GS}\boldsymbol{Y}_{SS}^{-1}\boldsymbol{Y}_{SL}\\ \boldsymbol{Y}_{LG}-\boldsymbol{Y}_{LS}\boldsymbol{Y}_{SS}^{-1}\boldsymbol{Y}_{SG} & \boldsymbol{Y}_{LL}-\boldsymbol{Y}_{LS}\boldsymbol{Y}_{SS}^{-1}\boldsymbol{Y}_{SL}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\boldsymbol{V}_G\\ \boldsymbol{V}_L\end{bmatrix} \tag{2}$$

基于潮流有解，得到负荷节点j的静态电压稳点L指标[23]为

$$L_j=\left|1-\sum_{i=1}^{G}\frac{-\boldsymbol{Y}_{LL}^{-1}\boldsymbol{Y}_{LG}\boldsymbol{V}_{G,i}}{\boldsymbol{V}_{l,j}}\right| \tag{3}$$

系统中所有负荷节点的L指标可以构成集合$L=[L_1,L_2,L_3,\cdots,L_m]$，$m\in N_l$系统的总体$L$指标为

$$L=\max L_j \tag{4}$$

L指标与系统稳定性的关系：当$L<1$时，L值越小，系统越稳定；反之，则稳定性降低；当$L=1$时，系统临界稳定；当$L>1$时，系统失稳。

1.2 蒙特卡洛概率潮流计算模型

在包含分布式可再生能源的配电网络中，间歇性可再生能源，例如太阳能发电以及波动性较大的负载，是主要的不确定性来源。为了研究配电网中不同节点的源荷功率随机性变化对系统电压的影响，基于蒙特卡洛模拟(Monte Carlo simulation，MCS)，本节构建了主动配电网概率潮流模型，以不同的源荷功率作为模型输入，源荷的功率遵循各自的概率分布函数，以电压稳定指标L指标作为输出。在MCS生成不同的源荷样本的基础上进行灵敏度分析，为后续定量分析负荷波动对L指标的影响奠定了基础。

对于源荷的不确定性，本节采用概率分布模型进行建模。光伏出力与光照强度密切相关，采用Beta分布[24]近似描述其有功出力。假设不确定性负荷功率因数不变，可以认为其有功出力近似服从正态分布。

1) 基于Beta分布光伏概率模型。光照强度近似服从Beta分布，可估计光伏功率p的概率密度函数为

$$f(p)=\frac{\Gamma(d+q)}{\Gamma(d)\Gamma(q)}\left(\frac{p}{p_{max}}\right)^{d-1}\left(1-\frac{p}{p_{max}}\right)^{q-1} \tag{5}$$

式中，p_{max}为光伏功率的最大值；$\Gamma()$为Gamma函数；d、q为Beta分布的形状参数。

2) 基于正态分布的负荷概率模型。配电网的有功负荷可认为近似地服从正态分布，其功率的概率密度函数可表示为

$$f(P_{L,i})=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma_{L,i}}\exp\left(-\frac{(P_{L,i}-\mu_{L,i})^2}{2\sigma_{L,i}^2}\right) \tag{6}$$

式中，$\mu_{L,i}$、$\sigma_{L,i}$分别为$P_{L,i}$的均值和标准差。

将考虑随机性的负荷功率和光伏出力输入概率潮流模型中，采用蒙特卡洛模拟进行场景生成，并用牛顿拉夫森法进行潮流计算，最后得到与输入数据对应的L指标。

1.3 L指标全局灵敏度分析

全局灵敏度分析是一种评价输入变量对输出影响的方法，本节利用Sobol′法对电压稳定指标L指标进行全局灵敏度分析。Sobol′法基于方差分析，通过量化影响L指标的变量，帮助识别并排序这些因素对L指标影响的重要性。方差法不仅应用灵活，计算过程简便，而且特别适合分析含有随机源-荷影响的电力系统潮流，从而更符合实际系统运行的复杂性。

Sobol′法基于方差分析理论，它通过分解模型输出的方差来量化输入变量的不确定性及其对输出的影响。

进行对配电网电压稳定性分析时，系统模型为

$$L=f(z) \tag{7}$$

式中，$z=[z_1,z_2,\cdots,z_n]^T$为M维独立的输入随机变量；$f(z)$为系统的输出。本文以L指标作为系统的输出。

基于Sobol′分解理论，对系统模型进行以下分解：

$$f(z)= f_0+\sum_{i=1}^{M}f_i(z_i)+\cdots+f_{1,2,\cdots,n}(z_1,z_2,\cdots,z_n) \tag{8}$$

式中，f_0为常数；$f_i(z_i)$、$f_{i,j}(z_i,z_j)$、$f_{1,2,\cdots,n}(z_1,z_2,\cdots,z_n)$均为各分解子项函数。对于定义域为[0,1]的平方可积函数$f(z)$(且各子项均值为0)，$f(z)$可唯一分解，将两边同时取方差得：

$$D=\sum_{i=1}^{n}D_i+\sum_{1\leqslant i<j\leqslant n}D_{i,j}+\cdots+D_{1,2,\cdots,n} \tag{9}$$

式中，D为系统的总方差；D_i为单变量x_i的偏方差，表示单一输入变量x_i对输出变量方差的贡献；$D_{i,j}$为变量x_i、x_j的偏方差，表示输入变量x_i、x_j之间相互作用对输出变量方差的贡献；$D_{1,2\cdots,n}$为全变量的偏方差，表示所有变量联合作用对输出变量方差的贡献。

定义各独立变量的灵敏度指标为

$$S_{a_1,a_2,\cdots,a_p}=\frac{D_{a_1,a_2,\cdots,a_p}}{D} \tag{10}$$

将式(10)变换为

$$\sum_{i=1}^{n}S_i+\sum_{1\leqslant i<j\leqslant n}S_{i,j}+\cdots+S_{1,2,\cdots,n}=1 \tag{11}$$

式中，S_i为一阶灵敏度指标(first-order Sobol′ indices，FSI)，反映了输出变量受单一输入随机变量z_i的影响；$S_{i,j}$为二阶灵敏度指标；$S_{1,2,\cdots,n}$为n阶灵敏度指标。

定义变量z_i的全局灵敏度(total Sobol indices，TSI)为

$$S_{Ti}=\sum_{\Omega_i}S_{a_1,a_2,\cdots,a_p}\ \Omega_i=\{(a_1\cdots a_p)|\exists u\in[1,p],a_u=i\} \tag{12}$$

式中，Ω_i为含有变量z_i的变量组合的集合；S_{Ti}为变量z_i的理论全局灵敏度。

TSI通常需要考虑变量的所有可能组合，这在多变量系统中计算上可能非常复杂和计算量大。TSI可以通过考虑变量z_i在所有其他变量变化时对输出影响的互补性来简化计算。具体来说，TSI可以表示为1减去所有不包含z_i时的变量组合对输出影响的总和，即

$$S_{Ti}=1-S_{\sim i}=1-\frac{D_{\sim i}}{D} \tag{13}$$

式中，$S_{\sim i}$为z_i确定其他变量变化时的总方差；$D_{\sim i}$为各阶灵敏度之和的理论值。

函数$f(z)$表示电压稳定指标L指标，其表达式较为复杂，而系统的输入和输出结果容易得到。在处理复杂函数时，Sobol′法的一大优势在于其能够直接估计函数的总体方差和各输入变量的贡献度，而无需知晓函数的具体解析形式。

对于具有N个样本的2组独立采样集a和b，当采样规模N较大时，样本中随机输入变量的函数值将会按概率收敛于函数的实际值。对于采样规模为N的2组独立采样集a、b，采用MCS估算变量z_i的方差如下[25]：

$$\hat{f}_0=\sum_{s=1}^{N}f\left(z^{(s)}\right) \tag{14}$$

$$\begin{cases}\hat{D}=\dfrac{1}{N}\sum\limits_{s=1}^{N}f^2\left(z^{(s)}\right)-\hat{f}_0^2\\ \hat{D}_i=\dfrac{1}{N}\sum\limits_{s=1}^{N}f\left(z^{a(s)}\right)f\left(z_i^{b(s),a}\right)-\hat{f}_0^2\\ \hat{D}_{\sim i}=\dfrac{1}{N}\sum\limits_{s=1}^{N}f\left(z^{a(s)}\right)f\left(z_i^{a(s),b}\right)-\hat{f}_0^2\end{cases} \tag{15}$$

式(14)、(15)中，$\hat{f}_0$为f_0的估计值；$\hat{D}$、$\hat{D}_i$、$\hat{D}_{\sim i}$分别为D、D_i、$D_{\sim i}$的估计值；$z^{(s)}$为输入变量第s次采样值；$z^{a(s)}$为a组第s次采样的变量；$z_i^{a(s),b}$为在$z^{a(s)}$中用$z_i^{b(s)}$替换$z_i^{a(s)}$；$z_i^{a(s)}$为a组第s次采样所得的z_i；$z_i^{b(s),a}$为b组的s次采样所得的z_i。

进一步，可以得到变量z_i的一阶灵敏度估计值$\hat{S}_i$以及全局灵敏度估计值$\hat{S}_{Ti}$：

$$\begin{cases}\hat{S}_{Fi}=\dfrac{\hat{D}_i}{\hat{D}}\\ \hat{S}_{Ti}=1-\dfrac{\hat{D}_{\sim i}}{\hat{D}}\end{cases} \tag{16}$$

Sobol′方法的基本思想是利用方差分解来量化每个输入变量对模型输出方差的贡献。这种方法特别适用于处理具有多个输入变量的复杂模型，其中各个输入变量的不确定性可能对模型输出产生显著影响。通过Sobol′方法，可以定量地识别哪些因素对系统电压稳定影响最大，从而为电压优化提供依据。计算全局灵敏度的流程如图1所示。

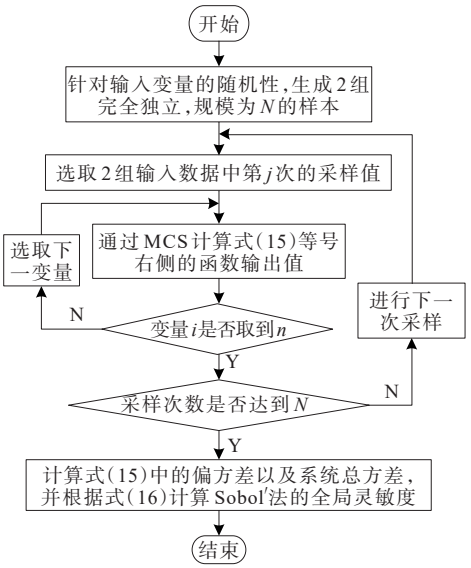


图1　全局灵敏度计算流程

Figure 1　Calculation flowchart of global sensitivity

2　基于Sobol′法的配电网电压双层优化模型

传统电力系统的优化通常未考虑源荷随机性，控制变量的优化受源荷不确定性影响，进而可能导致优化量不具有现实意义。此外，随着配电网稳定性需求的提高，经济运行与稳定运行相悖。传统的电力系统在优化过程中通常较少考虑经济性与稳定性之间的关联，或者是通过简单的多目标函数处理。为了提高对控制变量在实际场景的优化效率，

并兼顾电力系统的经济性，本节引入了上、下层连接因子，提出了一种基于Sobol′法的配电网电压双层优化模型。

1）上层优化模型以配电网运行综合成本最小为目标，建立优化模型，并把得到的灵活资源出力传递给下层。

2）下层优化模型以经济性和电压稳定性为优化目标，建立优化模型，通过连接因子将上、下层连接，以追踪上层最优解为目标，并考虑电压稳定指标L指标，以实现电网安全经济的运行。本文所建立的配电网电压双层优化模型如图2所示。

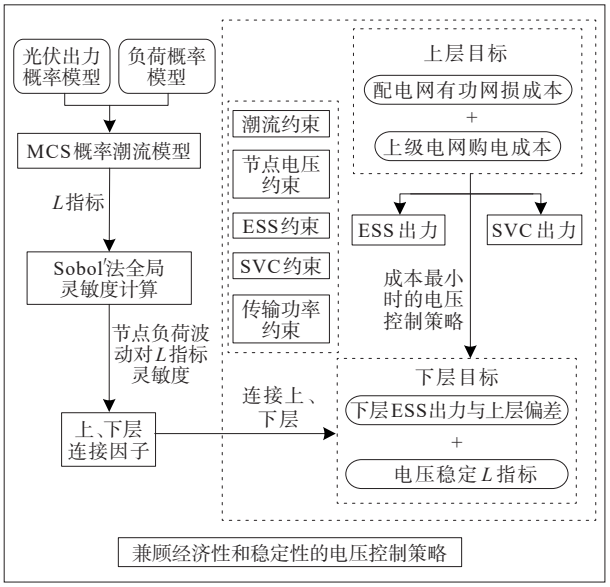


图2 配电网电压优化双层模型结构框架

Figure 2 Framework for bi-layer model of voltage optimization in distribution networks

2.1 上层优化目标

上层优化模型以储能系统(energy storage system, ESS)和静止无功补偿器(static var compensator, SVC)的出力为决策变量，以经济性为目标，目标函数设定为最小化的有功网损以及储能购售电量，找到经济性最优的储能和SVC出力，从而为配电网的经济稳定运行提供支持。

1）有功网损成本。

$$C_{\text{loss}}=\sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1,j=1}^{N_{\text{a}}}c_{\text{loss}}I_{ij,t}^{2}r_{ij} \tag{17}$$

式中，C_{loss}为网络损耗成本；I_{ij}为支路ij在t时刻的电流；r_{ij}为支路ij的阻抗；N_{a}为支路数。

2）上级电网购电成本。

$$C_{\text{buy}}=\sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{N_{\text{T}}}c_{\text{buy},t}P_{\text{Gird},i}(t) \tag{18}$$

式中，C_{buy}为周期内购电成本，购电时，C_{buy}为正；售电时，C_{buy}为负；$c_{\text{buy},t}$为t时段电网电价；$P_{\text{Gird}}(t)$为t时刻电网向i节点变压器的传输功率；N_{T}为变压器节点集合。

上层模型的目标函数为

$$\min F_{\text{u}}=C_{\text{buy}}+C_{\text{loss}} \tag{19}$$

2.2 下层优化目标

下层优化模型的决策变量和上层相同，通过连接因子将配电网的经济性目标与稳定性目标关联起来。经过上层模型优化后，得到了配电网收益最大时的储能和SVC出力；下层优化在上层优化的基础上，以ESS和SVC动作与上层的偏差最小为目标，同时考虑电压稳定性，构建互联双层优化模型，从而提高系统的稳定性和经济性。

1）经济性目标。

$$\min F_{1}=\sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{S}\left|P_{\text{BES},i,t}-P_{\text{BES},i,t}^{\text{U}}\right| \tag{20}$$

$$\min F_{2}=\sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{S}\left|Q_{\text{BES},i,t}-Q_{\text{BES},i,t}^{\text{U}}\right| \tag{21}$$

式(20)、(21)中，$P_{\text{BES},i,t}$为t时段的下层中ESS的有功出力；$Q_{\text{BES},i,t}$为t时段的下层中SVC的无功出力；$P_{\text{BES},i,t}^{\text{U}}$为经过上层优化后的$t$时段的最优ESS出力；$Q_{\text{BES},i,t}^{\text{U}}$为经过上层优化后的$t$时段的最优SVC出力；$S$为配电网负荷节点集合。

2）稳定性目标。

$$\min F_{3}=\sum_{t=1}^{T}(\max L_{t}) \tag{22}$$

式中，$\max L_{t}$为t时刻系统最大L指标。

在进行全局灵敏度分析时，假如节点负荷波动对电压稳定L指标的灵敏度为G_S(S为系统节点)。如果G_S越大，说明该节点负荷波动对电压稳定L指标的影响越大。根据全局灵敏度分析的结果G_S，本文引入上、下层连接因子χ，用与G_S相关的χ来连接上、下层。与G_S相反，χ越大说明该节点负荷波动对经济性的影响越大，对稳定性的影响越小。χ的表达式为

$$\chi_{i}=\frac{\delta}{G_{i}} \tag{23}$$

式中，δ为归一化处理系数；G_i为节点i的负荷波动对电压稳定指标L指标的灵敏度。

通过上、下层连接因子将上、下层连接，下层模型的目标函数为

$$\min F_{\text{d}}=\sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{S}(\chi_{\text{P},i}\left|P_{\text{BES},i,t}-P_{\text{BES},i,t}^{\text{U}}\right|+\chi_{\text{Q},i}\left|Q_{\text{BES},i,t}-Q_{\text{BES},i,t}^{\text{U}}\right|)+\sum_{t=1}^{T}\max L_{t} \tag{24}$$

式中，$\chi_{P,i}$、$\chi_{Q,i}$分别为节点i的储能装置和SVC的连接因子。

通过目标函数可以看出，如果某个节点负荷波动对L指标的影响比较大，则其连接因子很小，对其经济性目标的优化就会很小，需优先考虑满足其电压稳定性目标。

2.3　约束条件

1）潮流约束方程。

$$\begin{cases} P_i = V_i \sum\limits_{j\in i} V_j (G_{ij}\cos\theta_{ij} + B_{ij}\sin\theta_{ij}) \\ Q_i = V_i \sum\limits_{j\in i} V_j (G_{ij}\sin\theta_{ij} - B_{ij}\cos\theta_{ij}) \end{cases} \tag{25}$$

式中，$i,j\in S_n$，其中S_n为系统节点；P_i、Q_i分别为节点i注入的有功功率与无功功率；G_{ij}、B_{ij}及θ_{ij}分别为i、j节点之间的电导、电纳以及电压相角。

2）ESS约束。

$$\begin{cases} 0 \leqslant P_{i,\mathrm{ch},t} \leqslant u_{i,\mathrm{ch},t} P_{i,\mathrm{ch}}^{\max} \\ 0 \leqslant P_{i,\mathrm{dis},t} \leqslant u_{i,\mathrm{dis},t} P_{i,\mathrm{dis}}^{\max} \\ u_{i,\mathrm{ch},t} + u_{i,\mathrm{dis},t} \leqslant 1 \end{cases} \tag{26}$$

$$L_{\mathrm{SOC}}^{\min} E_{i,\mathrm{SOC}}^{\max} \leqslant E_{i,\mathrm{SOC},t} \leqslant L_{\mathrm{SOC}}^{\max} E_{i,\mathrm{SOC}}^{\max} \tag{27}$$

$$E_{i,\mathrm{SOC},t} + P_{i,\mathrm{ch},t}\eta_{\mathrm{ch}} - \frac{P_{i,\mathrm{dis},t}}{\eta_{\mathrm{dis}}} = E_{i,\mathrm{SOC},t+1} \tag{28}$$

式(26)～(28)中，$P_{i,\mathrm{ch},t}$、$P_{i,\mathrm{dis},t}$分别为储能i在t时刻的充电和放电功率；$u_{i,\mathrm{ch},t}$、$u_{i,\mathrm{dis},t}$分别为节点i的ESS在t时刻充电和放电二元变量；$E_{i,\mathrm{SOC}}^{\max}$为储能储存的最大电量；$L_{\mathrm{SOC}}^{\min}E_{i,\mathrm{SOC}}^{\max}$和$L_{\mathrm{SOC}}^{\max}E_{i,\mathrm{SOC}}^{\max}$分别为储能荷电状态的上、下限；$\eta_{\mathrm{ch}}$、$\eta_{\mathrm{dis}}$分别为储能的充电效率和放电效率。

3）SVC出力约束。

$$Q_{\mathrm{SVC}}^{\min} \leqslant Q_{i,\mathrm{SVC}} \leqslant Q_{\mathrm{SVC}}^{\max} \tag{29}$$

式中，$Q_{i,\mathrm{SVC}}$为节点i接入SVC的无功容量；$Q_{\mathrm{SVC}}^{\min}$、$Q_{\mathrm{SVC}}^{\max}$分别为接入SVC容量的上、下限。

4）上级电网传输功率约束。

$$P_{\mathrm{Gird}}^{\min}(t) \leqslant P_{\mathrm{Gird}}(t) \leqslant P_{\mathrm{Gird}}^{\max}(t) \tag{30}$$

式中，$P_{\mathrm{Gird}}^{\min}(t)$、$P_{\mathrm{Gird}}^{\max}(t)$分别为上级电网传输功率的上、下限。

3　算例分析

在修改后的IEEE 33节点系统上进行仿真，其拓扑结构如图3所示。基准电压为12.66 kV。假设光伏不弃光，各负荷的有功、无功功率波动等幅变化。在17、21、23、31节点处分别接入光伏；每个光伏节点都加装了储能装置和SVC，SVC调节范围为±60 Mvar；储能装置的SOC允许范围为[0.1, 0.9]，充放电效率均为0.4，容量为20 MW·h。在归一化处理后，δ可以由改进的粒子群算法计算权重得到。由于优化求解算法和赋权方法并非本文重点，故不再赘述。

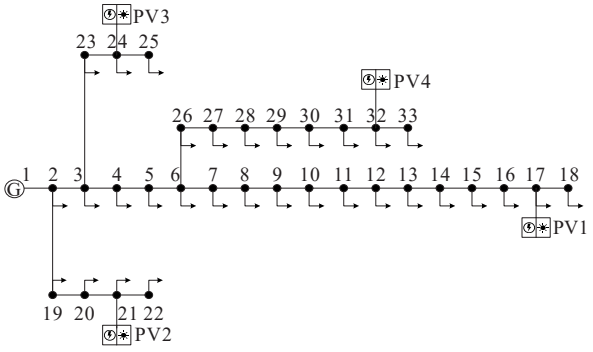
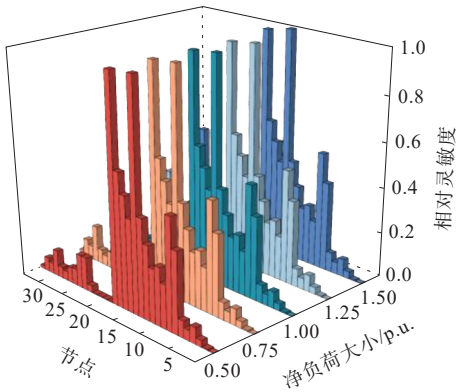


图3　修改后的IEEE 33节点

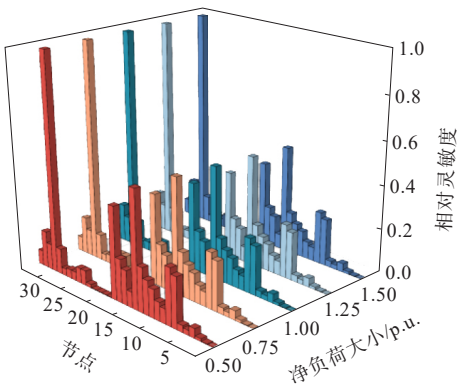
Figure 3　Modified IEEE 33-bus system

3.1　源荷不确定性全局灵敏度分析结果

通过MCS方法生成2组数量为10 000的独立数组，这些数据服从各自的概率分布，采用MCS计算L指标对于各节点负荷波动的全局灵敏度（节点1连接上级电网，不进行灵敏度分析）。配电网源荷具有随机性，各节点负荷波动对L指标的灵敏度也会随时间变化，各不确定因素的全局灵敏度逐时更新。通过归一化处理，可以得到各节点有功无功波动对L指标的相对灵敏度，如图4所示。其中净负荷为各节点的负荷减去光伏出力，其倍率变化可以



（a）各节点有功对L指标的相对灵敏度随净负荷变化



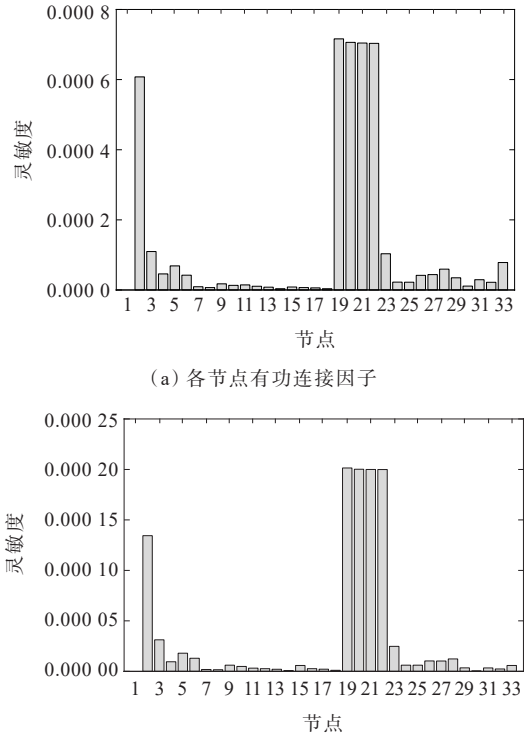
（b）各节点无功对L指标的相对灵敏度随净负荷变化

图4　节点负荷波动对L指标的相对灵敏度随净负荷变化

Figure 4　Relative sensitivity of L index to load fluctuations at each node with changing net load

看作时间变化。光伏、负荷均服从出力预测。

由图4可知，虽然不同净负荷下每个节点负荷波动对L指标的灵敏度大小不同，但随着净负荷大小变化，各节点对L指标的归一化灵敏度，即各节点负荷波动对电压稳定性的影响程度几乎不变。因此，在实际应用中，可以选择对单时间断面下的灵敏度进行分析计算，以减少计算量。上、下层连接因子如图5所示。



(a) 各节点有功连接因子

(b) 各节点无功连接因子

图5 各节点上下层连接因子

Figure 5 Inter-layer connection factors at each node

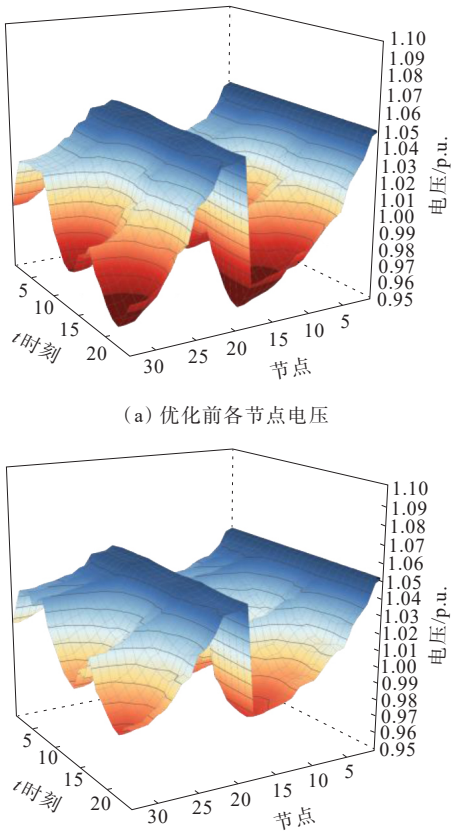
由图5中可知，如果某个节点负荷波动对L指标的影响比较大，则其连接因子很小，对其经济性的优化就会很小，优先考虑满足其电压稳定性目标，反之则优先满足其经济性目标。

3.2 基于Sobol′法的配电网静态电压电压优化结果

在修改后的IEEE 33节点系统中，根据本文提出的优化方法对电压进行优化，图6为优化前后节点电压图。

由图6可知，由于源荷的随机性可能导致系统稳定性和可靠性降低；通过本文所提优化方法可以有效改善上述问题，使节点电压波动变小。

本文根据对经济性和稳定性的考虑选取以下3种方法进行对比：方法1(本文方法)，根据全局灵敏度分析设置上、下层连接因子，将上层的经济性目标和电压稳定性目标结合，采用线性化方法求解；



(a) 优化前各节点电压

(b) 优化后各节点电压

图6 优化前后各节点电压

Figure 6 Voltage at each node before and after optimization

方法2，以安全性作唯一目标，只考虑电压稳定性，不设置上下层连接；方法3，采用线性加权将经济性和稳定性2个目标函数转化为单目标函数。优化结果如表1所示。可知，经过本文方法进行优化后，系统的L指标下降了约68%，表明本文优化方法能够有效地降低系统的经济成本，并提高系统电压稳定性。采用方法2进行优化后，系统的L指标下降了约69%。与本文算法相比，两者L指标相差不大，但同时方法2的系统总成本远高于本文方法。本文还采用了线性加权法将经济性和稳定性2个目标函数转化为单目标函数进行求解。优化后，L指标下降了约54%，本文的总成本和电压稳定性均好于方法3。不同优化方法下的电压稳定性对比如图7所示。可知，本文提出的电压优化方法能够在各个时刻保证系统的电压稳定性，实现对配电网系统的整体优化。同时，本文对比了优化效率较高的改进灰狼算法，如图8所示，可知改进灰狼算法结果不如本文线性算法，陷入了局部最优解，并且求解时间长。而本文所提方法在30 s之内便求解出了最优解，且使用线性方法，不存在陷入局部最优的可能。

表 1　修改后的IEEE 33节点系统优化结果

Table 1　Modified IEEE 33-bus system optimization results

方法	系统总成本/(万元·d^{-1})	L指标平均值
未进行优化	4.942 657	0.162 798
1	4.674 799	0.051 654
2	4.967 852	0.049 327
3	4.828 618	0.074 530

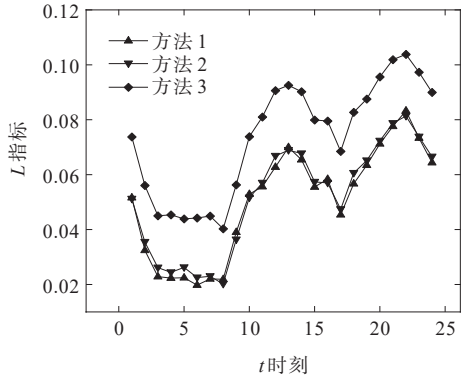


图 7　不同优化方法下的电压稳定性对比

Figure 7　Comparison of voltage stability under different optimization methods

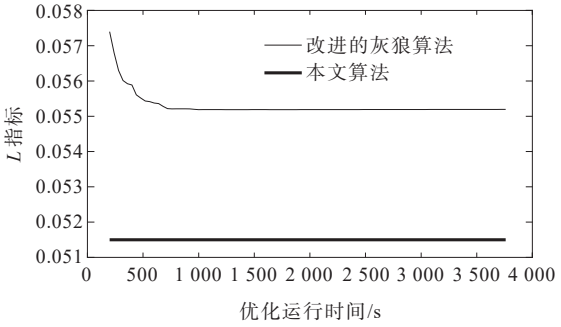


图 8　不同优化算法的优化结果

Figure 8　Optimization results of different optimization algorithms

4　结语

本文基于Sobol′法灵敏度分析的结果引入了上下层连接因子，并提出了一种基于Sobol′法的配电网电压双层优化模型，将经济性目标和稳定性目标关联起来。通过对改进的IEEE 33节点算例的仿真测试，验证了所提优化方法有效连接了经济性目标和稳定性目标，实现了灵活资源的高效调控。主要结论如下：

1）基于全局灵敏度分析所提出的上、下层连接因子能够考虑源荷随机性，有效地反映各节点负荷波动对L指标的影响程度；

2）本文提出的双层电压优化模型能够有效地将经济性与稳定性联系起来，实现配电网电压的协调优化，高效地调控灵活资源。

下一步工作会进一步考虑如何提升上、下层连接因子的计算效率，并丰富配电网调控设备类型。

参考文献：

[1]　车彬，张泽龙，杨燕．考虑V2G储能特性与负荷需求响应的主动配电网低碳鲁棒调度[J]．电网与清洁能源，2024,40(1):29-39.
CHE Bin, ZHANG Zelong, YANG Yan. Research on the low-carbon robust dispatch of active distribution networks considering storage characteristics of V2G and load demand response[J]. Power System and Clean Energy,2024,40(1):29-39.

[2]　杨晓辉，王晓鹏，邓叶恒．含电动汽车的主动配电网多目标分层优化调度[J]．电力工程技术，2024,43(4):156-165.
YANG Xiaohui, WANG Xiaopeng, DENG Yeheng. Multi-objective hierarchical optimization dispatch of active distribution network with electric vehicles[J]. Electric Power Engineering Technology,2024,43(4):156-165.

[3]　黄代雄，汪志军，袁俑斌，等．考虑多源协同的主动配电网故障恢复策略[J]．高压电器，2024,60(2):210-215+222.
HUANG Daixiong, WANG Zhijun, YUAN Yongbin, et al. Fault recovery strategy considering multi-source collaborative active distribution network[J]. High Voltage Apparatus,2024,60(2):210-215+222.

[4]　赵鹏臻，谢宁，殷佳敏，等．适应新型电力系统发展趋势的配电网集中-分布式形态及其分层分区方法[J]．智慧电力，2023,51(1):94-100.
ZHAO Pengzhen, XIE Ning, YIN Jiamin, et al. Centralized-distributed pattern of distribution network and its hierarchical partition method adapting to development trend of new power system[J]. Smart Power, 2023,51(1):94-100.

[5]　李佳蔚，张冠宇．大规模分布式新能源接入对省级电网稳定性影响[J]．中国电力，2024,57(6):174-180.
LI Jiawei, ZHANG Guanyu. Impact of large scale distributed new energy access on provincial power grid stability[J]. Electric Power,2024,57(6):174-180.

[6]　张海春，陈望达，沈浚，等．计及灵活性资源的配电网韧性研究评述[J]．电力建设，2023,44(12):66-84.
ZHANG Haichun, CHEN Wangda, SHEN Jun, et al. Review of power distribution network resilience studies considering flexibility resources[J]. Electric Power Construction,2023,44(12):66-84.

[7]　宋天琦，吕志鹏，宋振浩，等．虚拟电厂规模化灵活资源聚合调控框架研究与思考[J]．中国电力，2024,57(1):2-8.
SONG Tianqi, LV Zhipeng, SONG Zhenhao, et al. Research and thinking on the aggregation and dispatching control framework of virtual power plant's large scale flexible resources[J]. Electric Power,2024,57(1):2-8.

[8]　葛维春，滕健伊，潘超，等．含风光储能源-储-荷规划与运行调控策略[J]．电力系统保护与控制，2019,47(13):46-53.

GE Weichun, TENG Jianyi, PAN Chao, et al. Operation regulation strategy of source-storage-load with wind energy storage energy[J]. Power System Protection and Control,2019,47(13):46-53.

[9] 姜涛,张东辉,李雪,等.含分布式光伏的主动配电网电压分布式优化控制[J].电力自动化设备,2021,41(9):102-109+125.
JIANG Tao, ZHANG Donghui, LI Xue, et al. Distributed optimal control of voltage in active distribution network with distributed photovoltaic[J]. Electric Power Automation Equipment,2021,41(9):102-109+125.

[10] 吴志,李广焕,张小平,等.基于单端口耦合等值的配电网静态电压稳定指标分析及应用[J].电力系统自动化,2023,47(23):44-54.
WU Zhi,LI Guanghuan,ZHANG Xiaoping,et al.Analysis and application of static voltage stability indices for distribution network based on single-port coupling equivalence[J]. Automation of Electric Power Systems, 2023,47(23):44-54.

[11] 李国庆,姜涛,徐秋蒙,等.基于局部电压稳定指标的裕度灵敏度分析及应用[J].电力自动化设备,2012,32(4):1-5+30.
LI Guoqing, JIANG Tao, XU Qiumeng, et al. Sensitivity analysis based on local voltage stability margin and its application[J]. Electric Power Automation Equipment, 2012,32(4):1-5+30.

[12] 刘蕾,王卓群,马平.对风电并网系统静态电压稳定性的分析及优化[J].电气自动化,2020,42(2):67-69+109.
LIU Lei,WANG Zhuoqun,MA Ping.Analysis and optimization of static voltage stability of wind power integration systems[J]. ElectricalAutomation,2020,42(2):67-69+109.

[13] 齐超,陈希有,杨旭强,等.增量网络法矩阵形式的灵敏度分析方法研究[J].电测与仪表,2023,60(11):60-65+122.
QI Chao,CHEN Xiyou,YANG Xuqiang,et al.Research on the sensitivity analysis method in matrix form of incremental network approach[J]. Electrical Measurement & Instrumentation,2023,60(11):60-65+122.

[14] 乐健,廖小兵,李奔,等.基于扩展仿射模型的不确定性静态电压稳定性全局灵敏度分析[J].电工技术学报,2021,36(13):2821-2831.
LE Jian,LIAO Xiaobing,LI Ben,et al.Global sensitivity analysis of uncertain static voltage stability based on extended affine model[J]. Transactions of China Electrotechnical Society,2021,36(13):2821-2831.

[15] SOBOL I M. Sensitivity estimates for nonlinear mathematical models[J].Matem Mod,1993,2(1):112-118

[16] 方晓涛,严正,王晗,等.考虑"路-车-源-荷"多重不确定性的交通网与配电网概率联合流分析[J].电力系统自动化,2022,46(12):76-87.
FANG Xiaotao,YAN Zheng,WANG Han,et al.Analysis on probabilistic joint flow for transportation network and distribution network considering multiple uncertainties of road-vehicle-source-load[J]. Automation of Electric Power Systems,2022,46(12):76-87.

[17] 孙鑫,王博,陈金富,等.基于稀疏多项式混沌展开的可用输电能力不确定性量化分析[J].中国电机工程学报,2019,39(10):2904-2914.
SUN Xin, WANG Bo, CHEN Jinfu, et al. Sparse polynomial chaos expansion based uncertainty quantification for available transfer capability[J]. Proceedings of the CSEE,2019,39(10):2904-2914.

[18] 袁昌昊,朱金大,倪建富.含分布式光伏的配电网双层协调电压优化方法[J].电力工程技术,2023,42(6):74-82.
YUAN Changhao, ZHU Jinda, NI Jianfu. Coordinated voltage optimization method in distribution network with distributed photovoltaic[J]. Electric Power Engineering Technology,2023,42(6):74-82.

[19] 杨顺吉,李庆生,明志勇,等.考虑源荷随机性的配电网多目标概率无功优化[J].南方电网技术,2023,17(1):125-135.
YANG Shunji,LI Qingsheng,MING Zhiyong,et al.Multi-objective probabilistic reactive power optimization of distribution network considering the randomness of source and load[J]. Southern Power System Technology, 2023,17(1):125-135.

[20] 陈宝平,林涛,黄华,等.一种新的静态电压稳定性评估指标[J].电力科学与技术学报,2018,33(3):37-43.
CHEN Baoping, LIN Tao, HUANG Hua, et al. A new evaluation index for static voltage stability[J]. Journal of Electric Power Science and Technology,2018,33(3):37-43.

[21] 赵瑞,苑画舫,杨俊炜,等.一种关于静态电压稳定极限的工程改进计算方法[J].电力科学与技术学报,2020,35(4):181-186.
ZHAO Rui, YUAN Huafang, YANG Junwei, et al. An improved engineering calculation method of static voltage stability limit[J]. Journal of Electric Power Science and Technology,2020,35(4):181-186.

[22] XU X Y, YAN Z, SHAHIDEHPOUR M, et al. Power system voltage stability evaluation considering renewable energy with correlated variabilities[J]. IEEE Transactions on Power Systems,2018,33(3):3236-3245.

[23] 侯龙宇.电力系统电压稳定L指标分析及其改进评价方法[D].长沙:湖南大学,2018.
HOU Longyu. Analysis of L index of power system voltage stability and its improved evaluation method[D]. Changsha:Hunan University,2018.

[24] 杨金叶.考虑灵活性的电力系统资源优化配置与运行研究[D].济南:山东大学,2022.
YANG Jinye. Research on optimal allocation and operation of power system resources considering flexibility[D].Jinan:Shandong University,2022.

[25] 陈中,顾叮咚,郭庆.考虑全局相关性的主动配电网电压安全优化控制[J].电力系统自动化,2023,47(21):99-107.
CHEN Zhong, GU Dingdong, GUO Qing. Optimization and control of voltage security in active distribution network considering global correlation[J]. Automation of Electric Power Systems,2023,47(21):99-107.