引用格式：翟运朋，刘东奇，梁皓澜，等.面向抗毁能力提升的供电网架拓扑Steiner最小树优化规划策略研究[J].电力科学与技术学报,2025,40(5):1-13.
Citation：ZHAI Yunpeng, LIU Dongqi, LIANG Haolan, et al. Optimal planning strategies for power grid topology Steiner minimum tree to enhance resilience capability[J]. Journal of Electric Power Science and Technology,2025,40(5):1-13.

面向抗毁能力提升的供电网架拓扑Steiner最小树优化规划策略研究

翟运朋[1,2]，刘东奇[1,2]，梁皓澜[1,2]，李　威[1,2]
（1.长沙理工大学电气与信息工程学院，湖南 长沙 410114；2.长沙理工大学电网防灾减灾全国重点实验室，湖南 长沙 410114）

摘　要：能源安全事关经济社会发展全局，近年来针对电网的蓄意攻击和灾害事件频发，在国际冲突中电力系统成为被攻击的重要目标。为了增强电网抵御蓄意攻击和灾害的能力，保障国家能源基础设施安全运行，提出一种面向抗毁能力提升的供电网网架拓扑Steiner最小树规划方法。首先，针对网架规划问题设计了电网结构强度指标和运行脆弱性指标，并以网架强度、网络连通性以及网络运行状态等为上层目标，以线路投资费用、节点建设费用和网损费用等指标为下层目标构建了双层规划模型；其次，以复杂网络理论为基础，构建电网网架拓扑映射模型，根据节点的负荷需求以及容量需求划分电网网架的重要区域和重要节点；然后，将电网网架规划问题转化为区域Steiner树问题，在区域内增设节点，重新规划重要区域内的网架结构；最后，将启发式算法和数学规划问题相结合，利用人工鱼群算法进行优化求解。通过采用39节点的电网网架结构进行仿真验证，计算结果表明，所提方法可以提升64.60%的电网网架结构强度，降低71.38%的运行风险。

关　键　词：网架规划；抗毁性；双层模型；区域划分；Steiner树
DOI：10.19781/j.issn.1673-9140.2025.05.001　　**中图分类号**：TM715　　**文章编号**：1673-9140(2025)05-0001-13

Optimal planning strategies for power grid topology Steiner minimum tree to enhance resilience capability

ZHAI Yunpeng[1,2], LIU Dongqi[1,2], LIANG Haolan[1,2], LI Wei[1,2]
(1.School of Electrical & Information Engineering, Changsha University of Science & Technology, Changsha 410114, China; 2.State Key Laboratory of Disaster Prevention & Reduction for Power Grid, Changsha University of Science & Technology, Changsha 410114, China)

Abstract: Energy security is related to the overall situation of economic and social development. In recent years, deliberate attacks and disasters against the power grid have occurred frequently, and the power system has become an important target of attacks in international conflicts. In order to enhance the ability of the power grid to resist deliberate attacks and disasters and ensure the safe operation of the national energy infrastructure, a Steiner minimum tree planning method is proposed for the power supply network topology to the improvement of invulnerability. Firstly, the grid structure strength index and operation vulnerability index are designed for the grid planning problem. A dual-layer planning model is constructed with the grid structure strength, network connectivity, and network operation status as the upper targets, and the line investment cost, node construction cost, and network loss cost as the lower targets. Secondly, based on the complex network theory, the topology mapping model of the power grid is built. The important areas and nodes of the power grid are divided according to the load demand and capacity demand of nodes. Then, the problem of power grid planning is transformed into a regional Steiner tree problem, and nodes are added in the region to re-plan the grid structure in important areas. Finally, the heuristic algorithm is combined with the mathematical programming problem. The artificial fish swarm algorithm is used to optimize the solution. The 39-node grid structure is

收稿日期：2024-11-01；**修回日期**：2024-12-27
基金项目：国家自然科学基金(52177068)；湖南省自然科学基金(2023JJ30028)
通信作者：刘东奇(1986—)，男，博士，副教授，主要从事电力信息系统安全与优化控制等研究；E-mail：liudq@hnu.edu.cn

applied for simulation verification. The calculation results show that the proposed method can improve the strength of the grid structure by 64.60% and reduce the operation risk by 71.38 %.

Key words: network planning; invulnerability; dual-layer model; regional division; Steiner tree

电网是整个能源产业的枢纽和依托，承载着能源结构调整、电能消纳利用和提振中国经济的重要使命。目前，电网是世界覆盖面最广、结构最复杂的人造系统之一，输电架空线路穿行于山野，城市电缆线路深埋于地下，运行环境多变，随机故障频发，且易受覆冰、山火、雷击等自然灾害的影响，或遭受敌对势力攻击破坏，引发大面积停电事故。电网的安全稳定是保障电能质量的关键环节[1-2]。近年来，针对电网的极端事件[3-4]和灾害[5-7]频发。2019年，委内瑞拉电网遭攻击导致大停电事件；2021年，美国德州因极端天气诱发负荷激增，超出预期负荷，电网电源出力不足，导致供需失衡被迫拉闸限电，对居民生产生活造成严重的影响。可见，为了确保电力系统的可靠运行，减少因故障或攻击导致的停电事件，保障社会经济活动的正常运行，针对电网开展抗毁性规划方法的研究对于提升电力系统供电可靠性、保障国家安全显得尤为重要。

电网抗毁性规划是一个复杂的优化问题，合理的网架结构规划不仅可以降低建设成本，还可以提高网架结构的稳定性、可靠性和网络的连通性，最小化系统的功率损耗和能量损耗，平衡负荷等[8-13]。国内外一些学者从复杂网络的拓扑结构以及图论理论入手来研究电网的抗毁性[14-21]。文献[14]考虑借助复杂网络理论和电气特性，改进电网的拓扑结构；文献[15]提出一种基于网络拓扑结构的利用有向边权值识别电网的关键分支的方法；文献[16]基于复杂网络理论建立适用于微网的抗毁性指标。文献[17]引入公共分支数、负荷节点和电源之间的路径数以及路径冗余度等，采用Choquet积分法对电网韧性提升做出规划；文献[18]运用网络图论法，考虑网络拓扑的弹性、元件的故障率以及负荷不失电因子建立电网韧性规划指标；文献[19-20]通过Steiner树理论，改变网架连接方式来提升网架的强度。另外，有学者从电网的脆弱性和韧性角度分析配电网的抗毁性[22-25]。文献[22]提出一个应对极端事件的脆弱性指标；文献[23]基于电气网络的物理特征构建电网故障链的级联故障图来评估电网的脆弱性；文献[24]建立了以电介数和潮流传递熵为指标的配电网脆弱性评估体系。虽然针对上述两方面有大量研究，但是未能综合考虑网架结构以及网络运行状态的影响，单独从复杂网角度入手研究，会造成网络运行时电压稳定性低，线路潮流容易越限的风险；单独从脆弱性角度出发进行研究，对电网网架结构的抗毁性提升效果并不明显。因此，本文综合考虑上述2个方面开展研究。电网规划模型求解需要在保证投资建设费用尽可能小的同时满足电压降落、线路容量和网络拓扑等约束。现有求解方法主要有以下2种：一种是利用数学规划的方法求解优化问题，如列生成算法[26]、混合整数线性规划[27-28]等，这种方法在解决大规模规划问题时收敛速度慢，可能会出现计算结果不理想等问题；另一种是利用启发式算法求解，如遗传算法[29]、蚁群算法[30-31]、粒子群算法、模拟退火算法[32]等，但启发式算法在求解电网规划问题时存在不足之处，会导致过早收敛，受初始解影响较大，出现求解的模型是近似最优解等问题。

本文整体技术路线如图1所示。

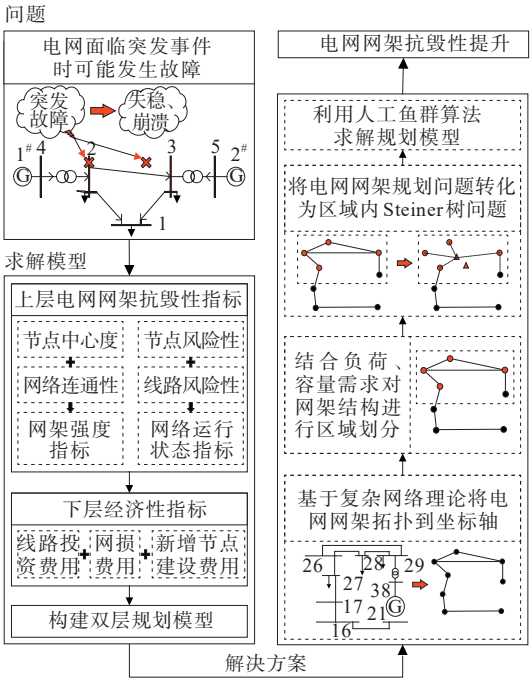


图1 整体技术路线

Figure 1 Overall technical route

针对电网面临敌对势力攻击破坏和灾害条件下的抗毁性提升问题，本文构建了一种综合考虑电网网络拓扑结构强度、网络连通性以及电网运行时节点、线路风险性的综合性抗毁度指标，根据节点

负荷需求和容量需求将电网网架进行重要区域划分，将启发式算法和数学规划问题相结合，利用人工鱼群算法求解电网待规划区域内的 Steiner 最小树问题，在 Steiner 节点选取时考虑节点负荷权重更符合电网实际需求。本文利用 39 节点网络进行算例分析，验证所提出的方法可以有效地提升电网网架结构强度和网络连通度，降低节点和线路的风险性，综合提升电网的抗毁性。

1　供电网抗毁性指标构建

以往的电网抗毁性指标基本是从复杂网络理论出发，在复杂网络节点的度、边权值以及图论中的节点和边的介数等方面评估网架结构。然而，实际电网中存在一些大负荷节点和发电机节点，虽然从复杂网络视角来看节点的度并不大，但实际上其重要度很高，被视为可攻击的高价值目标。因此，单从复杂网络的角度进行网架规划并不能全面保障网架的抗毁能力。针对这一问题，本文结合复杂网络理论和网络的运行状态，首先构建了一个综合的抗毁度指标。

1.1　考虑网架结构强度的指标

基于复杂网络理论的电网网架抗毁性指标构建，本文首先将电网结构拓扑映射成复杂网络的结构，将发电机以及负荷节点简化为网络中的节点，将线路转化为网络中的边，将电网网架转化为一个由节点和边组成的连通图 $G=(V,E)$。

1.1.1　节点和边的权值

在复杂网络中，网络节点和边的重要程度是评判网架强度的重要依据，网络节点的度定义为与节点直接相连的边的数量。电网中存在不同类型的节点，由于节点类型不同以及在网架中位置的特殊性，为了保证得到的结果更符合实际需求，在计算节点中心度之前需要对每个节点进行加权处理。本文综合考虑负荷节点的负荷需求、发电机节点的容量以及网络的连接方式，利用 Z-score 归一法对负荷数据进行处理。边权值 ω_{L}、负荷节点的边权值 ω_{N} 以及发电机节点的边权值 ω_{G} 计算方法如下：

$$\omega_{\mathrm{L}}=\frac{Z_k}{\overline{\omega}}\sqrt{\omega_i\omega_j} \tag{1}$$

$$\omega_{\mathrm{N}}=P_i\sum_{k=V_{ij}}\frac{1}{\omega_{\mathrm{L}}} \tag{2}$$

$$\omega_{\mathrm{G}}=P_i\omega_g \tag{3}$$

式(1)～(3)中，$\overline{\omega}$ 为电网节点的平均度数；V_{ij} 为与节点 i 直接相连的节点 j 的集合；ω_i、ω_j 分别为线路的 2 个端点与节点 i、j 的度数；ω_g 为发电机节点 g 的边权值参数，取定值；Z_k 为线路 k 的电抗值；P_i 为归一化处理后节点有功负荷需求。

1.1.2　节点的中心度

根据节点和边的权值定义节点中心度，节点中心度表示与节点相连的边的个数，节点中心度越大，表明给节点供电的路径越多，在发生故障时节点维持供电的概率越大，因此抗毁性越强：

$$D(i)=\frac{\omega_{\mathrm{N}}}{\frac{1}{m}\sum\limits_{i=1,V_{ij}}l_{ij}}+\frac{\omega_{\mathrm{G}}}{\frac{1}{m}\sum\limits_{g=1,V_g}l_{ij}} \tag{4}$$

式中，l_{ij} 为与节点 i 相连的边的平均最短路径；m 为连接的边的条数；V_g 为电机节点 g 和节点 i 的连接关系。

1.1.3　网络连通性

在电网网架规划中，会出现部分路径故障的情况，网架的连通性越好，面临部分路径故障仍能保持连通的概率越大，网络的抗毁度更好。本文在复杂网络抗毁性分析中，定义了一个能良好度量网架结构中所有节点可替代路径冗余度的指标——自然连通度：

$$C=\frac{1}{w\sum\limits_{i=1}^{w}\frac{N_i}{N}l_k} \tag{5}$$

式中，w 为网络连通分支数；N_i 为第 i 个连通分支中的节点数目；N 为网络节点总数目；l_k 为第 i 个连通分支的平均最短路径。

从上述定义可知，网络的连通分支数越少，各分支的平均最短路径越小，网络的连通性越好。

1.1.4　网架强度指标构建

本文根据节点和边的权值、节点中心度、网络连通性 3 个指标，基于复杂网络理论以及加入实际电网节点负荷需求等，构建一个满足实际电网运行情况的抗毁性指标，在规划时根据此指标可以合理地规划出符合实际需求的新增节点位置和网架结构：

$$K(G_1)=\partial_1\frac{\sum\limits_{i=1}^{n}\hat{D}(i)-\sum\limits_{i=1}^{n}D(i)}{\sum\limits_{i=1}^{n}D(i)}+\partial_2\frac{\hat{C}-C}{C} \tag{6}$$

式中，$K(G_1)$ 为网架结构强度指标；$\sum\limits_{i=1}^{n}D(i)$、$\sum\limits_{i=1}^{n}\hat{D}(i)$ 分别为规划前、后的网架节点中心度之和；C、$\hat{C}$ 分别为规划前、后网架的连通度；∂_1、∂_2 分别为节点中心度和连通度的权值。

1.2 考虑网络运行状态的指标

1.2.1 节点介数和线路介数

在考虑网络运行状态的抗毁度指标构成中，引入节点介数和线路介数定义来表示节点和边在网架中的重要程度，在图论中的传统介数定义是通过最短路径来进行的，不适用于电网架规划。为了反映电力系统各节点的状态以及电力系统中的客观潮流分布，即发电机节点和负荷节点之间的功率传输，本文综合考虑节点的容量、支路电抗等参数。适用于电网的节点介数 $B_{\mathrm{N},i}$ 和线路介数 $B_{\mathrm{L},i}$ 计算方法如下：

$$B_{\mathrm{N},i}=\left|\frac{1}{S_{\mathrm{b}}}\sum_{m\in G,n\in F}\sqrt{P_mP_n}\,A_{mn,i}\right| \tag{7}$$

$$A_{mn,i}=\begin{cases}\dfrac{1}{2}\sum\limits_{j\in V_{\mathrm{ad}}}\left|I_{mn(i,j)}\right|, & i\neq m,n\\ 1, & i=m,n\end{cases} \tag{8}$$

$$B_{\mathrm{L},i}=\left|\frac{1}{S_{\mathrm{b}}}\sum_{m\in G,n\in F}\sqrt{P_mP_n}\,I_{ij}\right| \tag{9}$$

式(7)～(9)中，S_{b} 为系统的基准容量；m 为发电机节点；G 为发电机节点集合；n 为负荷节点；F 为负荷节点集合；$A_{mn,i}$ 为节点 i 在发电机节点 m 和负荷节点 n 之间的功率传输辅助参数；P_m 为发电机节点 m 的实际功率；P_n 为负荷节点 n 的实际消耗功率；$I_{mn(i,j)}$ 为支路 mn 上的电流；V_{ad} 为与节点 i 相连的节点 j 的集合；I_{ij} 为节点 i、j 之间线路上的电流。

1.2.2 节点电压越限和线路潮流越限指标

本文引入熵的概念，熵是一种性能指标，反映整个系统节点电压越限和线路潮流越限的不确定性和复杂性。该指标越大，表示系统的有序程度越低，越限风险越高；相反该指标越小，意味着系统有序程度越高，系统风险性越小：

$$H(x)=-\sum_i P(x)\log P(x) \tag{10}$$

式中，$H(x)$ 为指标熵；x 为变量（电压和潮流）；$P(x)$ 为越限的概率。

节点电压越限概率反映了系统故障时造成母线电压过高的可能性，本文考虑电网运行的规定电压偏差在±7%以内，给出节点电压越限指标：

$$N_{\mathrm{NR},i}=H(U_i)\left|(U_i-1)\right|/0.07 \tag{11}$$

式中，$H(U_i)$ 为节点 i 的电压熵；U_i 为节点 i 的电压。

电网发生故障会改变线路中的潮流分布，可能导致线路中的功率过载，本文提出线路潮流越限指标如下：

$$L_{\mathrm{PR},i}=\begin{cases}H(P_i)(L_{\mathrm{P},i}-0.9)/0.1, & L_{\mathrm{P},i}>0.9\\ 0, & L_{\mathrm{P},i}\leqslant 0.9\end{cases} \tag{12}$$

式中，$L_{\mathrm{P},i}$ 为线路的实际有功与额定有功的比值，当过负荷率超过90%时，线路过负荷风险增加，当比值为1时，过负荷风险为1，线路达到过负荷的临界值。

1.2.3 加权电压、潮流熵综合风险性指标构建

供电网实际运行时，节点电压越限风险和线路潮流越限风险越小，网络运行稳定性越高。综上，本文构建考虑电压越限和线路潮流越限的综合风险性指标：

$$N_i=B_{\mathrm{N},i}U_{\mathrm{NR},i} \tag{13}$$

$$L_i=B_{\mathrm{L},i}L_{\mathrm{NR},i} \tag{14}$$

$$K(G_2)=\frac{\partial_3}{n}\sum_{i=1}^{n}(N_{i1}-N_i)+\frac{\partial_4}{m}\sum_{i=1}^{m}(L_{i1}-L_i) \tag{15}$$

式(13)～(15)中，N_{i1} 和 N_i、L_{i1} 和 L_i 分别为规划前、后的节点和线路的风险值；∂_3、∂_4 分别为节点电压越限和潮流越限的权重；$K(G_2)$ 为网络运行状态指标。

2 考虑抗毁性的电网网架规划双层模型

电网网架抗毁性规划是一个复杂的综合性问题，在考虑抗毁性指标的同时既要满足电网的正常运行条件，又要控制规划成本。本文的网架规划模型主要包括上、下层目标函数和约束条件两部分。模型将线路投资费用、网损费用以及抗毁度指标作为规划的目标函数，同时考虑电网正常运行的潮流约束、电压约束、功率约束以及网架结构的辐射状约束等。所构建的双层规划模型结构如图2所示。

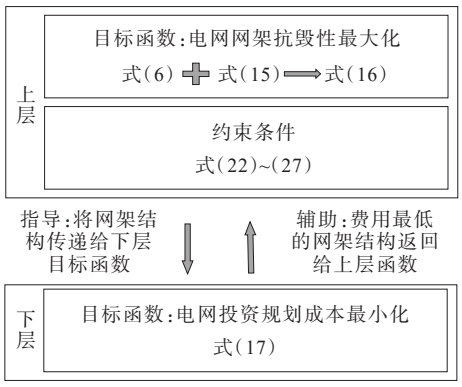


图2 双层规划模型结构

Figure 2 Structure of the dual-layer planning model

2.1 网架规划双层模型

2.1.1 上层目标函数

在上层网架规划中，基于节点和分支的抽象，设计出区域内馈线最短、可靠性最高的电网，以满

足电气和拓扑约束，同时提升供电网络运行的稳定性。目标函数旨在最大化网络的抗毁性，以提升其面对多重故障或灾害时维持关键结构和功能的能力。结合网架结构强度指标 $K(G_1)$ 和网络运行状态指标 $K(G_2)$，考虑 2 个指标的权重构建一个综合性的抗毁性指标 F_1：

$$\max F_1 = \omega_1 K(G_1) + \omega_2 K(G_2) \tag{16}$$

式中，ω_1、ω_2 分别为抗毁性指标 $K(G_1)$ 和 $K(G_2)$ 的权重。

2.1.2　下层目标函数

下层规划模型的目标函数 F_2 是规划过程中的投资建设费用以及线路损耗造成的损失：

$$\min F_2 = f_1 + f_2 + f_3 \tag{17}$$

$$f_1 = 10\,000\eta\sigma\left(\sum_{i=1}^{M} D_{r(i)} + k\sum_{k=1} D_{r(k)}\right) \tag{18}$$

$$f_2 = 365\lambda\left(P_{\mathrm{G}} - \sum_{i=1}^{N-1} P_{(i)}\right) \tag{19}$$

$$f_3 = \sum_{i=1}^{n_{\mathrm{g}}} \sigma\big(f(s) + u(s)\big) + \sum_{i=1}^{n_{\mathrm{s}}} \sigma g(s_i) \tag{20}$$

$$\sigma = \frac{r(1+r)^T}{(1+r)^T} - 1 \tag{21}$$

式(17)～(21)中，f_1 为线路建设投资费用；f_2 为网损消耗费用；f_3 为发电机节点和 Steiner 节点建设费用；σ 为等年投资回收系数；r 为投资年折算系数；T 为线路使用年限；η 为单位线路投资费用；$D_{r(i)}$ 为架设线路的长度；M 为规划的线路总数；λ 为网损费用；P_{G} 为发电机节点的有功负荷；$P_{(i)}$ 为负荷节点 i 消耗的有功负荷；N 为网架中的总节点数；n_{g} 为发电机节点数量；n_{s} 为 Steiner 节点数量；$f(s)$ 为发电机建设费用；$u(s)$ 为发电机运维费用；$g(s_i)$ 为 Steiner 节点建设费用；$D_{r(k)}$ 为备用线路长度；k 表示是否架设备用线路，$k=1$ 即为架设，$k=0$ 为不架设。

2.2　约束条件

2.2.1　网架拓扑约束

电网网架抗毁性规划的本质是优化电网网架各个节点间的连接，从而得到一个相对优的高抗毁性网络，电网运行时网络呈树状、多分支的单辐射结构，为了保障网架的连通性，需要满足下列拓扑约束：

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{N}\sum_{k=1}^{M} \mathrm{x}_{ijk} = 1, & \forall_j \in \Omega_{\mathrm{L}} \\ \sum_{i=n_{\mathrm{s}}+1}^{N} x_{ijk} = \sum_{u=n_{\mathrm{s}}+1}^{N} x_{juk}, & \forall k \in K \\ \sum_{k=1}^{M} l_{nk} \leqslant L_{\max}, & \forall n \in N \end{cases} \tag{22}$$

式中，x_{ijk} 为节点 i、j 之间的馈线，$x_{ijk}=1$ 表示 2 个节点间只有一条馈线存在；k 为节点 i 和节点 j 之间的馈线编号；Ω_{L} 为区域内的负荷节点集合；K 为区域内的馈线集合；M 为网络中馈线总数；N 为网络中节点总数；n_{s} 为网络中的发电机节点总数；l_{nk} 为节点连接的馈线；$L_{\max}$ 为节点连接的馈线数量的上限值。式(22)中第一个式子保证每个馈线只连接到一个负荷节点一次；第二个式子保证网架的连续性，即以负荷节点作为第一个节点的线路数量和以负荷节点作为最后一个节点的线路数量相同；第三个式子保证在区域内部每个节点连接的馈线数均不超过最大值。

2.2.2　电网潮流约束

电网规划过程为了保障系统稳定运行，需要确保各个节点电压水平和线路上的功率流动保持稳定，在规划时必须满足如下潮流约束：

$$\begin{cases} P_{\mathrm{G},j} - P_{\mathrm{L},j} = U_j \sum_{k\in J} U_k (G_{j,k}\cos\delta_{j,k} + B_{j,k}\sin\delta_{j,k}) \\ Q_{\mathrm{G},j} - Q_{\mathrm{L},j} = U_j \sum_{k\in J} U_k (G_{j,k}\sin\delta_{j,k} + B_{j,k}\cos\delta_{j,k}) \end{cases} \tag{23}$$

式中，$P_{\mathrm{G},j}$、$Q_{\mathrm{G},j}$ 分别为节点 j 处发电机注入的有功功率和无功功率；$P_{\mathrm{L},j}$、$Q_{\mathrm{L},j}$ 分别为节点 j 处负荷的有功功率和无功功率；$G_{j,k}$、$B_{j,k}$ 分别为线路的电导和电纳；U_j 为节点 j 处的电压；U_k 为节点 k 处的电压；$\delta_{j,k}$ 为节点 j 和节点 k 电压的相角差；J 为所有节点的集合。

2.2.3　节点电压约束

节点电压约束如下：

$$U_{\min,j} \leqslant U_j \leqslant U_{\max,j} \tag{24}$$

式中，$U_{\max,j}$ 和 $U_{\min,j}$ 分别为节点 j 的最大允许电压和最小允许电压。

2.2.4　电流约束

电流约束如下：

$$I_{\mathrm{branch}} \leqslant I_{\max} \tag{25}$$

式中，I_{branch} 为各支路的电流；$I_{\max}$ 为允许的电流最大值。

2.2.5　支路容量约束

支路容量约束如下：

$$\sum_{i=1}^{n} P_i x_{ik} \leqslant \sqrt{3}\, U_k I_k \cos\varphi_k,\ \ \forall k \in K \tag{26}$$

式中，x_{ik} 为节点 i 供电的馈线。

2.2.6　功率流向检测

功率流向检测如下：

$$\begin{cases} P_{out} > 0, & |P_{out}| \leqslant P_{max} \\ P_{in} < 0, & |P_{in}| \leqslant P_{max} \end{cases} \tag{27}$$

式中，P_{max}为发电机节点功率阈值；P_{out}、P_{in}分别为发电机节点流出的功率和流入的功率。

3 双层网架规划模型求解

3.1 电网网架区域划分

本文规划方案的目的是提高电网关键区域和关键节点的抗毁性，因此在规划实施前需要进行重要区域划分和重要节点的选取。传统的抗毁性提升规划只是单独地考虑网架的拓扑结构，在节点度大的部分进行规划，而本文根据复杂网络理论将电网网架结构拓扑到坐标轴上，在规划时根据原始网架结构中的节点负荷需求和容量需求选取出待规划的重要节点。本文根据节点所处位置，将重要节点所在位置进行划分，选取几个包含所有重要节点的矩形区域[19]。图3展示了一个小区域网架的拓扑结构以及该结构中的重要区域和重要节点划分（矩形中为重要区域，三角形节点为重要节点）。

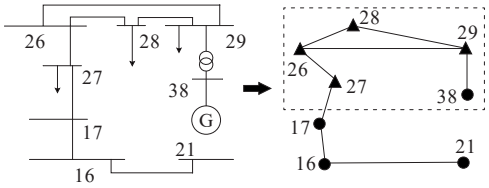


图3 电网重要区域、节点划分

Figure 3 Division of important areas and nodes in power grid

3.2 Steiner节点选取

本文的网架规划方案主要是通过在区域内架设中间节点的方式优化电网网架结构，即求解区域内线路的Steiner最小树。Steiner最小树问题是在无向图中找到一个最小树的子图（即Steiner树），该子图包含给定的节点集合和新加入的Steiner节点。因此，本文的网架规划问题可以转化为：已知电网节点的负荷信息、坐标位置和各个节点间的距离等，在中间节点满足抗毁性目标约束和线路潮流约束的同时，合理缩短网络线路的总长度来达到抗毁性指标F_1最大、经济目标函数F_2最小的目的。

电网网架规划是一个复杂问题，采用传统智能算法生成Seiner最小树的方法虽然可以求取区域内的最小生成树，使区域内规划的线路长度最短，但是未考虑电网内节点负荷的分配情况，容易出现负荷分配不均、供电不稳定等问题。为了弥补传统Steiner节点选取的不足，本文采用预设搜索区域的方式选取Steiner节点，针对每个区域内部需求做出合理规划，根据节点负荷需求寻找区域内所有节点的质心：

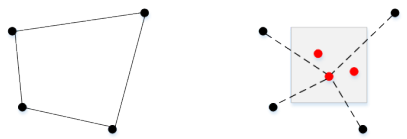
$$\begin{cases} x_{r10} = \sum_{i=1}^{N} x_i / N \\ y_{r10} = \sum_{i=1}^{N} y_i / N \end{cases} \tag{28}$$

$$D_{r(i)} = \sqrt{(x_i - x_{r10})^2 + (y_i - y_{r10})^2} \tag{29}$$

$$\begin{cases} x_{r1} = \sum_{i=1}^{N} \frac{P_i x_i}{D_{r(i)}} / \sum_{i=1}^{N} \frac{P_i}{D_{r(i)}} \\ y_{r1} = \sum_{i=1}^{N} \frac{P_i y_i}{D_{r(i)}} / \sum_{i=1}^{N} \frac{P_i}{D_{r(i)}} \end{cases} \tag{30}$$

式(28)～(30)中，x_{r10}、y_{r10}分别为负荷初始地理位置分布区域质心的横、纵坐标；x_{r1}、y_{r1}分别为质心的横、纵坐标；x_i、y_i分别为节点的横、纵坐标；$D_{r(i)}$为节点到质心的距离；P_i为节点的有功负荷。

根据区域内的质心确定一个矩形区域，划定Steiner节点搜索的可行区域。Steiner节点选取示意如图4所示，图中矩形内节点为待选取的节点。



(a) 初始网络连接方式　　(b) 引入质心后的节点连接方式

图4 Steiner节点选取示意

Figure 4 Steiner node selection

3.3 人工鱼群算法求解规划模型

人工鱼群算法利用鱼群趋向食物浓度高的区域活动的原理进行区域优化。针对本文求解的模型，利用鱼群算法的特性，可以在区域内快速寻优得到最优解。图5展示了人工鱼群算法寻优策略，中间圆圈内部为算法搜索到的最优解的选取范围。

本文的电网网架规划模型求解是区域内优化问题，可以利用人工鱼群算法的鱼群趋向食物浓度最高区域的特性，结合Steiner树理论的特性，人工鱼群算法在划定区域内搜索最适合架设的节点的位置，生成最优的网架结构，具体实施步骤如下。

1）数据处理。

在本文的规划问题中，原始的点集包括负荷节点和发电机节点。在规划前对节点信息、目标函数

以及约束条件等做出以下的预处理：将待规划的电网网架拓扑映射到坐标轴上，获得各个节点的坐标信息，构建网架的初始矩阵；根据负荷分配情况将电网分成不同的区域，计算各个区域内的加权质心，划定 Steiner 节点的搜索域。

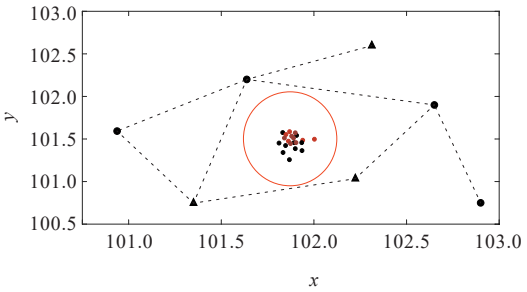


图 5　人工鱼群算法寻优策略

Figure 5　AFSA optimization strategy

2）算法参数设定。

定义 1　决策变量。算法中的决策变量 $\boldsymbol{X}_i$ 即为网架规划方案，其中线路建设与否采用二进制编码表示："1"表示线路建设，投入使用，"0"则相反。对于电网规划问题，决策变量之间的差距（即 2 个规划方案的差异度）用 D_{ist} 表示：

$$D_{\text{ist}}(\boldsymbol{X}_i,\boldsymbol{X}_j)=\left\|\boldsymbol{X}_i-\boldsymbol{X}_j\right\|=\sum_{k=1}^{m_1}\left|\boldsymbol{x}_k^i-\boldsymbol{x}_k^j\right| \tag{31}$$

式中，m_1 为决策变量的维度。

定义 2　邻域。域的设定是为了扩大搜索范围，使得算法寻优出的结果更准确，决策变量的邻域 $N(N,k)$ 成为寻优变量 $\boldsymbol{X}$ 的 k 距离邻域，$\boldsymbol{X}^*\in N(\boldsymbol{X},k)$ 称为的一个邻居，D 为所有决策变量的集合。

$$\boldsymbol{N}(\boldsymbol{X},k)=\left\{\boldsymbol{X}^*\middle|D_{\text{ist}}(\boldsymbol{X},\boldsymbol{X}^*)<k,\boldsymbol{X}^*\in D\right\} \tag{32}$$

定义 3　中心区域。中心区域的设定起到引导鱼群朝着更优方向移动的作用。$\boldsymbol{C}_{\text{enter}}$ 为决策变量 $\boldsymbol{X}_1,\boldsymbol{X}_2,\cdots,\boldsymbol{X}_m$ 的中心位置。决策变量的集合为 B，求解方法如下：

$$B=\begin{bmatrix}\boldsymbol{X}_1\\ \boldsymbol{X}_2\\ \vdots\\ \boldsymbol{X}_m\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{X}_{1,1} & \boldsymbol{X}_{1,2} & \cdots & \boldsymbol{X}_{1,m}\\ \boldsymbol{X}_{2,1} & \boldsymbol{X}_{2,2} & \cdots & \boldsymbol{X}_{2,m}\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ \boldsymbol{X}_{m,1} & \boldsymbol{X}_{m,2} & \cdots & \boldsymbol{X}_{m,m}\end{bmatrix} \tag{33}$$

$$\boldsymbol{C}_{\text{enter}}=(\boldsymbol{x}_{1,\text{most}},\boldsymbol{x}_{2,\text{most}},\cdots,\boldsymbol{x}_{m,\text{most}}) \tag{34}$$

式中，$\boldsymbol{x}_{i,\text{most}}(i=1,2,\cdots,m)$ 为第 i 列出现次数最多的值。

3）利用人工鱼群算法在划定的区域内生成新的 Steiner 节点，获取满足网架拓扑约束和网络运行约束的新的网架结构。

4）新生成的网架结构与以前的网架结构对比，直到获取最优的网架结构。

双层规划模型流程如图 6 所示。

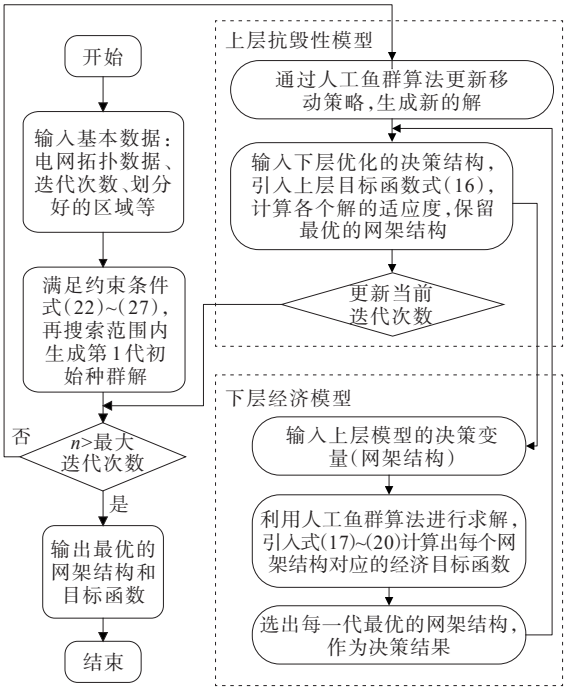


图 6　双层模型求解流程

Figure 6　Solving process of dual-layer model

4　算例仿真

编程仿真的环境如下：系统软件环境为 Windows 11，64 位操作系统，内存 16 GB，2.3 GHz，编程语言为 MATLAB 2018b。本文采用 39 节点和某区域 35 节点 2 种网架结构进行算例仿真，补充数据如下：系统额定容量为 100 MV·A，系统额定电压为 10 kV，系统年投资折算系数为 0.1，线路单位电阻为 0.05，线路单位电抗为 0.09，线路年投资费为 80 万/km，Steiner 节点建设费用为 40 万/个，网损费用为 0.37 元/(kW·h)。

4.1　39 节点供电网网架规划

4.1.1　原始网架分区

39 节点网络拓扑结构如图 7 所示。本文利用复杂网络理论和图论的原理将 39 节点网络拓扑映射到坐标轴上，用节点表示网络中的母线，用边表示网络中的输电线路，可以得到 39 节点网络的复杂网络图。根据负荷节点的负荷需求以及发电机节点的容量需求进行区域划分和重要节点选取，选定原始网架中的 5 个区域作为待规划网架，如图 8 所示。图 8 中虚线框内的区域为待规划区域，三角形节点

为待规划区域内的重要节点，点线代表待规划线路。

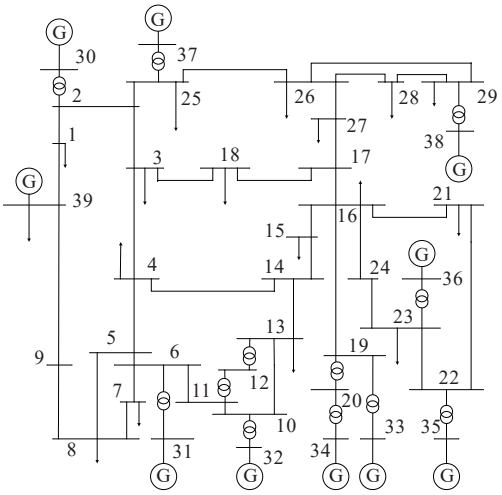


图 7 39 节点网络拓扑结构

Figure 7 39-node network topology structure

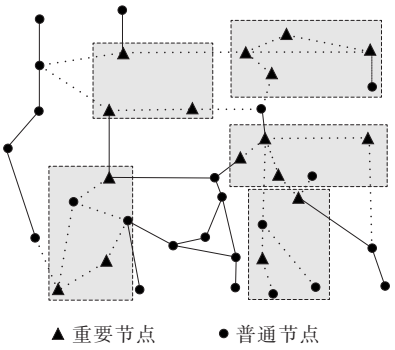


图 8 待规划网架

Figure 8 Map of network to be planned

4.1.2 网架规划方案

根据不同指标的重要度，确定各个指标的权重，如表 1 所示。

表 1 指标权重取值

Table 1 Indicator weights

∂_1	∂_2	∂_3	∂_4	ω_1	ω_2
0.5	0.5	0.5	0.5	0.4	0.6

本文规划方案的目的在于提升网架的强度，同时降低节点和线路的风险性，使网络抗毁度得到综合性地提升。单网架强度目标规划结果如图 9 所示，图 9 只考虑了复杂网络理论中的网架强度的单目标规划方案[14]。图 10 展示了本文综合抗毁性指标网架规划结果，图中星形节点为新加入的 Steiner 节点，设定为 PV 节点。规划前、单目标规划方案及本文规划方案下的抗毁度指标如表 2 所示，经济指标如表 3 所示。由表 2、3 可知，单目标规划方案与本文方案经济性相差不多，但是相较于本文规划方案，单目标规划方案的抗毁度减少 30.47%。电网网架中的节点和线路风险性越高，在面临突发故障和不可预知的灾害时，发生故障的概率越高，因此降低网络运行时的节点风险性和线路风险性是十分必要的。不同方案的指标对比如图 11 所示。由图 11 可以看出，单目标规划方案只是单独考虑了复杂网络的网络边权值指标，在节点中心度提升方面略优于本文规划方案，但是网络连通度以及节点风险性和线路风险性指标的优化远不如本文规划方案。可以看出，本文的规划方案在合理的范围内增加了少量的费用，得到了一个高抗毁性的电网网架结构，在应对突发事件时减少了事故带来的影响，因此在规划阶段考虑抗毁性是十分重要的。

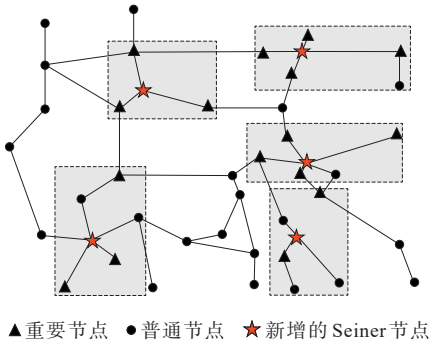


图 9 单网架强度目标规划结果

Figure 9 Planning results for single-grid strength targets

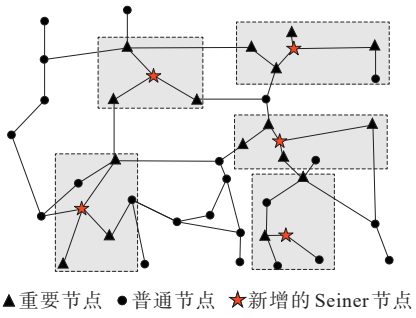


图 10 本文综合抗毁性指标网架规划结果

Figure 10 Planning results for the proposed invulnerability index grids

表 2 不同方案下的抗毁度指标

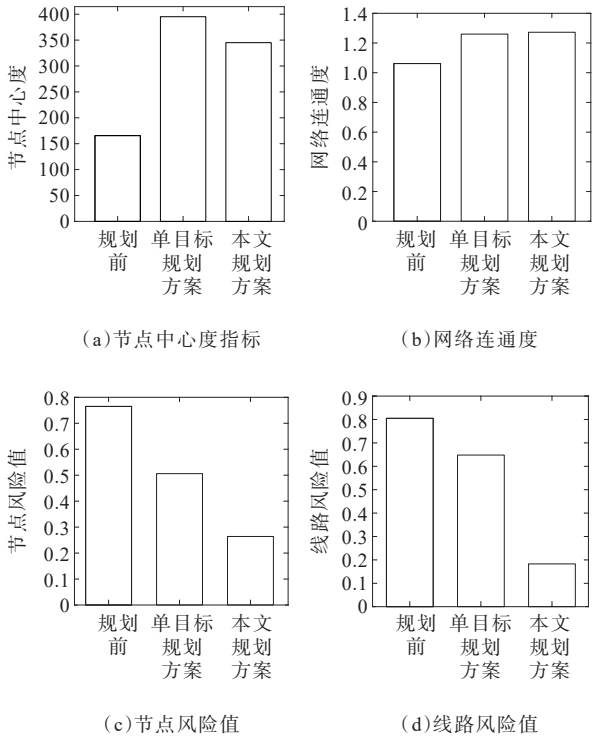
Table 2 Invulnerability indexes under different scenarios

方案	$D(i)$	C	N_i	L_i
规划前	165.597 0	1.061 9	0.765 0	0.805 0
单目标规划	395.140 0	1.260 0	0.506 0	0.648 0
本文规划	345.084 8	1.276 2	0.264 0	0.183 0

表 3　不同方案下的经济指标

Table 3　Economic indexes under different scenarios

方案	线路规划费用/万元	新增节点费用/万元	每日网损费用/（万元·d^{-1}）	总计/万元
规划前	3 468.001 5	0	1.614 7	3 469.619 7
单目标规划	3 372.030 0	200	4.763 0	3 576.793 0
本文规划	3 375.470 0	200	2.513 5	3 577.983 5



（a）节点中心度指标　（b）网络连通度

（c）节点风险值　（d）线路风险值

图 11　不同方案的指标对比

Figure 11　Comparison of four indexes for different programmes

4.1.3　不同数量新增节点实验对比

本文考虑加入不同数量的 Steiner 节点进行网络规划，分别在划定的区域内选择 1～5 个区域架设节点，每种架设节点数量对应不同的方案，选取不同节点数对应的最优规划方案进行对比分析，图 12 展示了不同节点数对应的投资费用，可以看出架设 5 个节点可以节省更多费用。图 13 展示了不同节点数量对应的抗毁性指标的变化，可以看出增加 5 个节点的网络相比于原始网络可以提升 1 倍的节点中心度，相比于其他方案至少提升 15% 的节点中心度，在网络连通度的提升方面 5 节点方案相较于 4 节点方案提升不大，但是仍有少量提升。在降低线路和节点风险值方面 5 节点方案明显有更好的效果，因此本文提出的架设 5 个新增节点的方案是相对合理的。

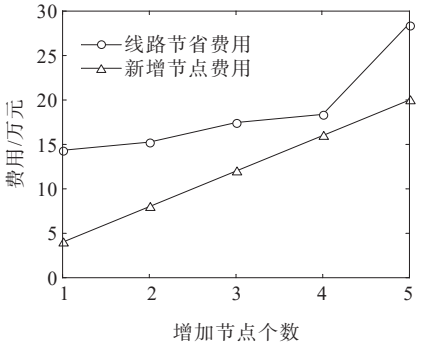


图 12　不同节点数对应的投资费用

Figure 12　Investment costs for different numbers of nodes

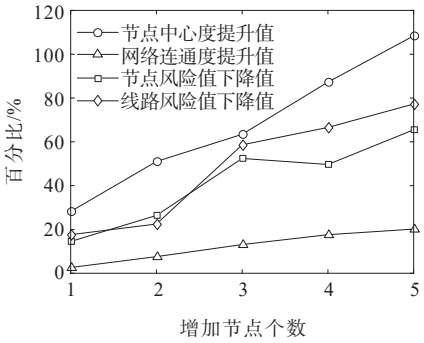


图 13　不同节点数对应的抗毁性指标

Figure 13　Invulnerability indexes for different numbers of nodes

4.1.4　规划方案网络风险性分析

本文所提规划方法的目的是提高电网网架抗毁度，降低节点和线路的风险性。规划前、后的节点、线路风险性对比如图 14、15 所示。

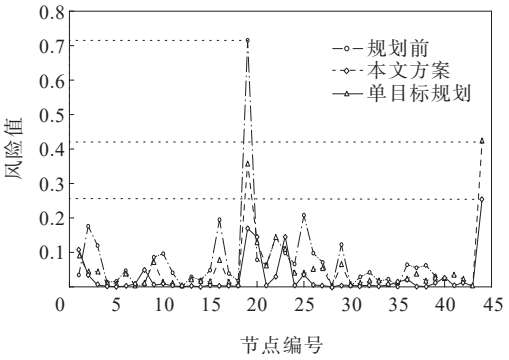


图 14　节点风险性对比曲线

Figure 14　Nodal riskiness comparison curve

规划前的网架存在风险性极高节点线路，此时电网发生突发情况时容易造成节点电压越限或线路潮流越限，严重时甚至会导致电网崩溃。对比规划前的网架和单目标规划方案，本文规划方案相关曲线表明，单目标规划方案虽然可以有效地降低节

点和线路的风险性，但是结果并不是十分理想，本文所提规划方案优化后的网架节点和线路的风险性很低且很少存在极高风险性的部分，得到的电网在运行时更加稳定，面临突发情况时抗毁性更高，由此可以看出所提规划方法可以有效提升网络的抗毁度。

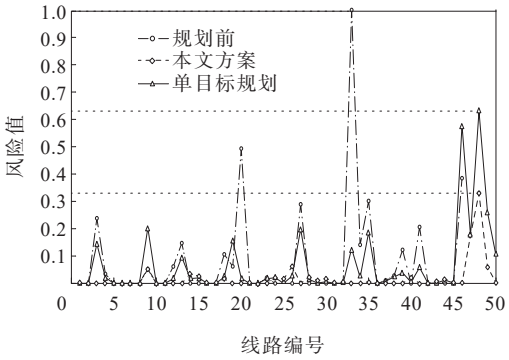
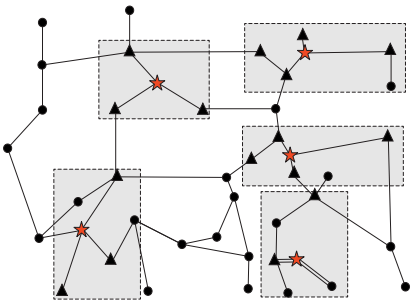


图 15 线路风险性对比曲线

Figure 15 Line riskiness comparison curve

4.1.5 考虑架设备用线路降低风险性

由上述的线路和节点风险性分析结果可知，经过规划后，仍存在一个风险性高于 0.2 的节点和一条风险性高于 0.2 的线路，即第 44 个节点和第 48 条线路。为了合理地解决这一问题，确保其在发生故障时，网络仍能正常运行，通过架设备用线路的方式，少量地提升费用，增强关键区域内的节点和线路的抗毁性，以提升该部分应对突发事件的处理能力。架设备用线路网架规划如图 16 所示，其中双馈线部分为架设的备用线路。图 17、18 分别展示了架设备用线路前、后节点风险性及线路风险性对比，可以看出加入备用线路后可以有效地降低目标的风险性，进一步提升区域的抗毁性。



▲重要节点 ●普通节点 ★新增的Seiner节点

图 16 架设备用线路网架规划

Figure 16 Network planning for the erection of standby lines

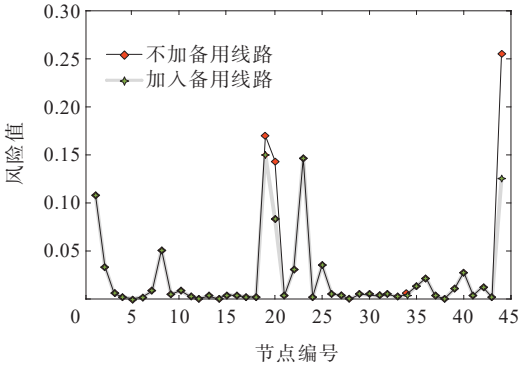


图 17 架设备用线路前、后节点风险性对比

Figure 17 Nodal riskiness before and after erection of standby lines

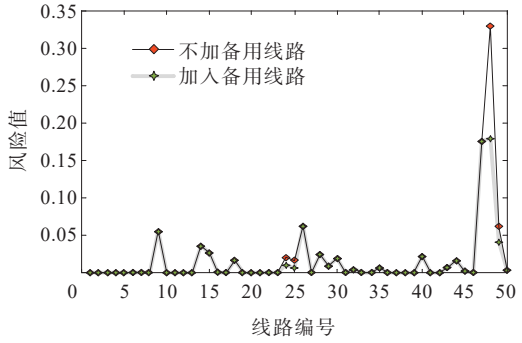


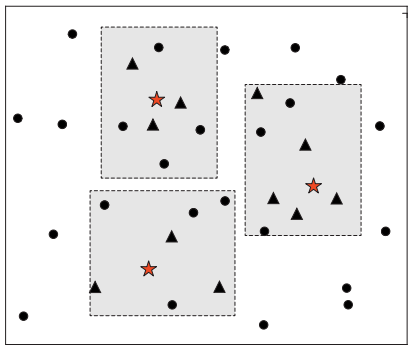
图 18 架设备用线路前、后线路风险性对比

Figure 18 Line riskiness of the line before and after erection of standby lines

4.2 35 节点配网系统仿真分析

4.2.1 区域划分

35 节点网络划分为 3 个重要区域，每个区域新增一个节点，原始网架区域划分如图 19 所示。



▲重要节点 ●普通节点 ★新增的Seiner节点

图 19 原始网架区域划分

Figure 19 Division of original grid area

4.2.2 网架规划

图 20、21 分别展示了原始网架结构以及规划方法求解的新增节点规划结果。

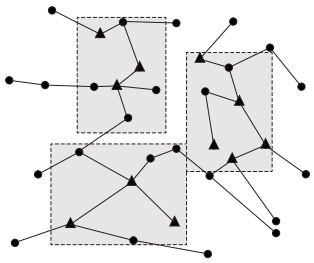


图 20　原始网架结构

Figure 20　Original grid structure

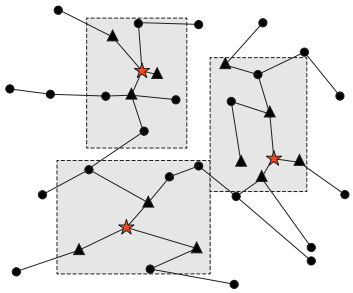


图 21　新增节点网架规划结果

Figure 21　New node grid planning results

4.2.3　指标计算

规划前、后的经济指标及抗毁度指标分别如表 4、5 所示，可知规划后的网架在经济性和抗毁度方面均优于原始网架结构。

由上述实验结果可知，本文所提方法在 35 节点区域配网系统上仍然适用，证明了该方法的有效性和合理性。

表 4　经济指标

Table 4　Economic indexes

阶段	线路投资费用/万元	每日网损费用/万元	节点建设费用/万元	总计/万元
规划前	1 720.640	0.102	0	1 720.742
规划后	1 520.024	0.057	120	1 640.081

表 5　抗毁度指标

Table 5　Invulnerability indexes

阶段	$D(i)$	C	N_i	L_i
规划前	135.632 0	1.161 3	0.612	0.708
规划后	185.785 8	1.340 1	0.335	0.247

5　结语

针对面向抗毁能力提升的供电网网架拓扑 Steiner 最小树规划方法，本文提出一种综合考虑电网网架结构强度、网络连通性以及网络运行风险的双层电网抗毁规划模型，得到以下结论。

1）电网网架抗毁规划须综合考虑网架结构强度和网络运行状态 2 方面指标，通过引入网架强度、网络连通性指标和网络运行风险指标，实现仿真算例，以 39 节点供电网为例，电网的结构强度提升了 64.60%，运行时风险值降低了 71.38%。

2）在规划区域内架设中间节点可以显著优化电网网架结构，该问题可表示为求解区域内线路的 Steiner 最小树问题。本文节点选取方案可有效、准确地在规划区域内选定最合适的节点，生成合理的区域规划方案。

3）本文通过架设备用线路的方式，少量地增加了费用，但显著增强了关键区域内的节点和线路的抗毁性，提升了该部分应对突发事件的处理能力。仿真表明，通过架设备用线路的方法可以将每个节点和线路的风险值降至 0.2 以下，进一步提升了电网运行的稳定性。

参考文献：

[1]　陈磊，邓欣怡，陈红坤，等．电力系统韧性评估与提升研究综述[J]．电力系统保护与控制，2022，50(13)：11-22.
CHEN Lei, DENG Xinyi, CHEN Hongkun, et al. Review of the assessment and improvement of power system resilience[J]. Power System Protection and Control, 2022, 50(13): 11-22.

[2]　张海春，陈望达，沈浚，等．计及灵活性资源的配电网韧性研究评述[J]．电力建设，2023，44(12)：66-84.
ZHANG Haichun, CHEN Wangda, SHEN Jun, et al. Review of power distribution network resilience studies considering flexibility resources[J]. Electric Power Construction, 2023, 44(12): 66-84.

[3]　许寅，和敬涵，王颖，等．韧性背景下的配网故障恢复研究综述及展望[J]．电工技术学报，2019，34(16)：3416-3429.
XU Yin, HE Jinghan, WANG Ying, et al. A review on distribution system restoration for resilience enhancement[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2019, 34(16): 3416-3429.

[4]　陈玥，李力，孙少华，等．弹性电力系统灾害防御及快速恢复智能调度平台设计与实现[J]．智慧电力，2023，51(8)：38-45.
CHEN Yue, LI Li, SUN Shaohua, et al. Design and implementation of intelligent dispatching platform for disaster prevention and rapid recovery in resilient power system[J]. Smart Power, 2023, 51(8): 38-45.

[5]　衣秀清，顾洁，刘书琪．考虑需求响应的配电网弹性提升优化[J]．电力科学与技术学报，2022，37(4)：29-37.

YI Xiuqing, GU Jie, LIU Shuqi. Optimization of distribution network resilience enhancement considering demand response[J]. Journal of Electric Power Science and Technology, 2022, 37(4): 29-37.

[6] WANG Y T, HUANG T E, LI X, et al. A resilience assessment framework for distribution systems under typhoon disasters[J]. IEEE Access, 2021, 9: 155224-155233.

[7] 黄代雄, 汪志军, 袁俑斌, 等. 考虑多源协同的主动配电网故障恢复策略[J]. 高压电器, 2024, 60(2): 210-215+222.
HUANG Daixiong, WANG Zhijun, YUAN Yongbin, et al. Fault recovery strategy considering multi-source collaborative active distribution network[J]. High Voltage Apparatus, 2024, 60(2): 210-215+222.

[8] VAHIDINASAB V, TABARZADI M, ARASTEH H, et al. Overview of electric energy distribution networks expansion planning[J]. IEEE Access, 2020, 8: 34750-34769.

[9] 凌松, 张莹. 计及相关性的主动配电网动态鲁棒规划方法研究[J]. 电力系统保护与控制, 2021, 49(10): 178-187.
LING Song, ZHANG Ying. Research on a dynamic robust planning method for an active distribution network considering correlation[J]. Power System Protection and Control, 2021, 49(10): 178-187.

[10] 刘雪飞, 刘洋, 马国真, 等. 考虑负荷差异化需求响应的配电网多目标扩展规划[J]. 电力系统保护与控制, 2022, 50(22): 131-141.
LIU Xuefei, LIU Yang, MA Guozhen, et al. Multi-objective extended planning for a distribution network considering demarcation of demand response schemes [J]. Power System Protection and Control, 2022, 50(22): 131-141.

[11] 李继红, 张笑弟, 周泰斌, 等. 弹性配电网恢复力快速评估的解析方法研究[J]. 电网与清洁能源, 2024, 40 (10): 50-58+66.
LI Jihong, ZHANG Xiaodi, ZHOU Taibin, et al. A study on the fast assessment of the resilience of elastic distribution systems with an analytical method[J]. Power System and Clean Energy, 2024, 40(10): 50-58+66.

[12] 徐秋童, 于艾清. 基于动态决策系统的黑启动灾后恢复路径优化[J]. 电力工程技术, 2023, 42(5): 185-194.
XU Qiutong, YU Aiqing. Optimization of post disaster recovery path of black start based on dynamic decision system[J]. Electric Power Engineering Technology, 2023, 42(5): 185-194.

[13] 李桐歌, 黄永红, 马骏毅, 等. 基于小生境协同互联的黑启动网架重构策略研究[J]. 电测与仪表, 2024, 61 (8): 119-126.
LI Tongge, HUANG Yonghong, MA Junyi, et al. Research on grid reconfiguration strategy of black start based on niches collaborative interconnection[J]. Electrical Measurement & Instrumentation, 2024, 61(8): 119-126.

[14] BAHRAMI S, RASTEGAR M. Security-based critical power distribution feeder identification: Application of fuzzy BWM-VIKOR and SECA[J]. International Journal of Electrical Power & Energy Systems, 2022, 134: 107395.

[15] ZANG T L, GAO S B, HUANG T, et al. Complex network-based transmission network vulnerability assessment using adjacent graphs[J]. IEEE Systems Journal, 2020, 14(1): 572-581.

[16] ZANG T L, GAO S B, HUANG T, et al. Complex network-based transmission network vulnerability assessment using adjacent graphs[J]. IEEE Systems Journal, 2020, 14(1): 572-581.

[17] BAJPAI P, CHANDA S, SRIVASTAVA A K. A novel metric to quantify and enable resilient distribution system using graph theory and choquet integral[J]. IEEE Transactions on Smart Grid, 2016, 9(4): 2918-2929.

[18] 彭寒梅, 王小豪, 魏宁, 等. 提升配电网弹性的微网差异化恢复运行方法[J]. 电网技术, 2019, 43(7): 2328-2335.
PENG Hanmei, WANG Xiaohao, WEI Ning, et al. Microgrid differentiated recovery operation for enhancing distribution system resilience[J]. Power System Technology, 2019, 43(7): 2328-2335.

[19] NI S Y, ZHANG L Y, WU G L, et al. Distribution generators and grid planning of distribution network for disaster prevention[C]//2022 China International Conference on Electricity Distribution (CICED). Changsha, China. IEEE, 2022: 193-197.

[20] 施鹏佳, 雷勇, 张林垚, 等. 具有可行域内 Steiner 点寻优能力的配电网网架规划方法[J]. 电力建设, 2019, 40 (12): 104-112.
SHI Pengjia, LEI Yong, ZHANG Linyao, et al. Distribution network planning method with feasible domain-wide steiner point optimization capability[J]. Electric Power Construction, 2019, 40(12): 104-112.

[21] 袁闽杰, 谢军, 林志勇, 等. 相依网络下加权电力通信网节点重要度评估[J]. 电力科学与技术学报, 2021, 36 (5): 129-136.
YUAN Minjie, XIE Jun, LIN Zhiyong, et al. Evaluation of node importance in weighted power telecommunication network based on interdependent network[J]. Journal of Electric Power Science and Technology, 2021, 36(5): 129-136.

[22] 陶然, 赵冬梅, 徐辰宇, 等. 考虑电–气–热–交通相互依存的城市能源系统韧性评估与提升方法[J]. 电工技术学报, 2023, 38(22): 6133-6149.

TAO Ran, ZHAO Dongmei, XU Chenyu, et al. Resilience assessment and enhancement methods for urban energy system considering electricity-gas-heat-transport interdependency[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2023, 38(22): 6133-6149.

[23] WEI X G, GAO S B, HUANG T, et al. Complex network-based cascading faults graph for the analysis of transmission network vulnerability[J]. IEEE Transactions on Industrial Informatics, 2018, 15(3): 1265-1276.

[24] WEN J, LIN S Y, QU X, et al. A TOPSIS-based vulnerability assessment method of distribution network considering network topology and operation status[J]. IEEE Access, 2023, 11: 94358-94370.

[25] 侯祖锋，王超，徐春华，等. 考虑负荷重要程度的配电网韧性提升策略及评估方法[J]. 电力科学与技术学报，2024, 39(3): 78-85.
HOU Zufeng, WANG Chao, XU Chunhua, et al. Promotion strategy and evaluation method of distribution network resilience considering load importance[J]. Journal of Electric Power Science and Technology, 2024, 39(3): 78-85.

[26] LI Y J, LEI S B, SUN W, et al. A distributionally robust resilience enhancement strategy for distribution networks considering decision-dependent contingencies [J]. IEEE Transactions on Smart Grid, 2023, 15(2): 1450-1465.

[27] 江岳文，罗泽宇，程诺. 基于线性化方法的交直流混合配电系统网架规划[J]. 电工技术学报，2024, 39(5): 1404-1418.
JIANG Yuewen, LUO Zeyu, CHENG Nuo. Network planning of AC/DC hybrid distribution system based on linearization method[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2024, 39(5): 1404-1418.

[28] LIU J, SUN K Q, DING Z H, et al. Multi-stage planning of distribution network with high penetration renewable energy considering reliability index[J].IEEE Transactions on Industry Applications, 2023, 60(2): 2344-2356.

[29] HEIDARI S, FOTUHI-FIRUZABAD M. Integrated planning for distribution automation and network capacity expansion[J]. IEEE Transactions on Smart Grid, 2019, 10(4): 4279-4288.

[30] 唐俊熙，王梓耀，张俊潇，等. 基于文化蚁群算法的高可靠多电源配电网规划模型[J]. 电力系统保护与控制，2020, 48(7): 99-107.
TANG Junxi, WANG Ziyao, ZHANG Junxiao, et al. High reliability multi-power distribution network planning model based on memetic ant colony algorithm [J]. Power System Protection and Control, 2020, 48(7): 99-107.

[31] WANG Z Y, LIN D, ZENG G X, et al. A practical large-scale distribution network planning model based on elite ant-Q[J]. IEEE Access, 2020, 8: 58912-58922.

[32] 徐小琴，郑旭，王思聪，等. 基于改进遗传退火算法的输配电网协调规划方法[J]. 电力系统保护与控制，2021, 49(15): 124-131.
XU Xiaoqin, ZHENG Xu, WANG Sicong, et al. Coordinated planning method of transmission and distribution network based on an improved genetic annealing algorithm[J]. Power System Protection and Control, 2021, 49(15): 124-131.